爆 炸 与 冲 击
Explosion and Shock Waves
DOI：10.11883/bzycj-2026-0215

钻地弹在岩石、混凝土和土中侵彻深度统一预估公式*

王明洋[1]，徐天涵[1*]，张效晗[2,3*]，李杰[1]

（1. 陆军工程大学爆炸冲击防灾减灾全国重点实验室，江苏 南京 210007；
2. 南京理工大学机械工程学院工程安全防护技术研究所，江苏 南京 210094；
3. 上海市地下空间设计研究总院有限公司，上海 200001；）

摘 要：侵彻问题是地下防护工程设计的基本问题。通过分析拟流体侵彻模型侵彻阻抗的演化规律，在确保安全性与适用性的前提下，得到简化的侵彻深度计算公式，建立了适用于岩石、混凝土和土体的侵彻深度统一预估公式。该公式参数少、物理意义明确、弹靶适用范围广。将计算结果与大口径足尺试验数据、我国修正别列赞公式及美国 Young 公式进行对比，结果表明：对于混凝土介质，统一公式对侵彻深度的预估较上述两种经验公式更为安全，后两者均偏于危险；对于岩石介质，统一公式与我国修正别列赞公式的预估安全性均高于 Young 公式，Young 公式偏于危险；对于土体介质，统一公式的预估结果介于修正别列赞公式与 Young 公式之间。该公式不仅能够度量经验公式的安全裕度和拓展空间，还可为实际工程设计与规范修订提供参考。

关键词：侵彻深度；统一公式；拟流体模型；固体模型
中图分类号：TJ013　　**国标学科代码：**13015　　**文献标识码：**A

A unified prediction formula for penetration depth of earth-penetrating projectiles into rock, concrete and soil

WANG Mingyang[1], XU Tianhan[1*], ZHANG Xiaohan[2,3*], LI Jie[1]

(1. Shanghai Underground Space Design and Research Institute Co., Ltd, Shanghai 200001, China; 2. Institute of Engineering Safety Protection Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China; 3. State Key Laboratory of Explosion and Impact and Disaster Prevention and Mitigation,Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, Jiangsu, China)

Abstract: Accurate prediction of penetration depth for earth-penetrating projectiles in geomaterials is essential for protective-engineering design. Widely used empirical formulas, including Young's formula and the modified Berezan formula, apply to rock, concrete and soil. However, their practical use is limited by narrow valid ranges for projectile mass, caliber and impact velocity. Traditional solid-penetration theoretical models offer clear physical explanations for penetration behavior, but their engineering application is constrained by idealized assumptions and boundary effects from finite-size targets. To address these limitations, a unified prediction formula for penetration depth in rock, concrete and soil was developed based on the internal-friction pseudo-fluid penetration theory. Variations in penetration resistance from the pseudo-fluid penetration model

录用稿件，非最终出版稿

*收稿日期：2026-07-07；　修回日期：2026-10-29；
基金项目：国家自然科学基金项目（52509159），国家重点研发计划项目（2024YFF0508204）；
第一作者：王明洋（1966－ ），男，博士，教授，中国工程院院士. E-mail: wmyrf@163.com；
通信作者：徐天涵（1995－ ），男，博士，副教授. E-mail: martinxu41@qq.com；张效晗（1987－ ），女，博士研究生，高级工程师，zhangxiaohan@suadi.com.cn

were analyzed in detail. Considering calculation safety and practical engineering requirements, a simplified analytical solution for penetration depth was derived. Key dimensionless parameters including the jet coefficient, generalized Mach number and internal-friction correction coefficient were examined to characterize the influences of impact velocity, projectile geometry and dynamic target properties on penetration resistance. Coefficient f, which describes projectile-target coupling effects, was fitted by the least-squares method over the Mach-number range relevant to practical engineering and subsequently converted to coefficient λ. The conversion coefficient α relating the characteristic velocity c_* to the target longitudinal-wave velocity c_p was determined from the dynamic failure behaviour of geomaterials subjected to intense dynamic loading, and recommended α values for different media were summarized. Furthermore, an equivalent calculation scheme coupling wave impedance and coefficient α was formulated for penetration prediction in multi-layered targets. Calculation outputs of the unified formula were validated against full-scale test data and compared with predictions from the modified Berezan formula and Young's formula. For concrete, the unified formula yields more conservative penetration-depth estimates, while the two empirical formulas produce unsafe predictions. For rock, the unified formula and modified Berezan formula provide higher safety margins than Young's formula, which underestimates penetration depth. For soil, predictions from the unified formula fall between results of the two empirical formulas. Serving as an upper-bound solution for penetration-depth assessment, this formula quantifies safety margins and feasible application ranges of existing empirical formulas and offers technical references for anti-penetration design and specification revisions.

Key words: penetration depth; unified calculation formula; pseudo-fluid model; solid model

目前，岩石、混凝土和土中弹体侵彻深度的工程设计计算方法大致分为经验公式法和理论计算法两类。经验法中同时适用于上述介质的公式主要有美国 Young 公式[1]和我国修正的别列赞公式[2]，二者着靶速度基本覆盖当前高速至超高速钻地弹的速度范围[3]；但 Young 公式限弹重 2267 kg、口径 0.76 m 以内[4]，修正的别列赞公式同样对弹径有限制。理论方法涵盖固体侵彻、拟流体和流体侵彻理论[5-8]；按速度分区，着靶速度在 1~5Ma 以内的硬岩和混凝土侵彻可采用流体弹塑性理论描述[9, 10]，而土中着靶速度超过 1Ma 即进入流体侵彻范畴[11]。

文献[8]基于空腔膨胀理论提出的固体内摩擦模型，其侵深公式反映了弹速、弹形、弹径和靶体波阻抗的影响，尤其体现了裂纹引起的弹靶耦合口径效应。但与岩石、混凝土足尺试验及两种经验公式相比，计算结果偏小。原因在于试验靶体尺寸有限，裂纹扩展超出靶体，无法满足模型对裂纹充分扩展的要求；实际工程结构尺寸同样受限，故该公式用于工程设计偏于危险，但可作为侵深下限，用以度量经验公式的安全裕度。

文献[11]基于流体动力学理论建立的拟流体模型，其侵深公式反映了与固体侵彻类似的规律，并通过射流系数综合表征弹形和弹径影响，形式简洁、参数少，避免了裂纹参数确定的不便。土中计算结果显示，该公式略高于 Young 公式、二者基本一致，但小于修正的别列赞公式；鉴于 Young 公式有大量土中侵彻试验数据支撑，可认为该公式可靠。

然而，上述两种经验公式安全裕度差异较大，参数拓展高度依赖试验；固体侵彻和拟流体理论公式虽物理意义明确、适用范围广，但均受模型假设制约。本文通过分析拟流体模型侵彻阻抗随速度的演化规律，得到简化的侵彻深度计算公式，并将其以适度安全的方式拓展至岩石、混凝土侵彻速度范围，建立了岩石、混凝土和土中统一的侵彻深度预估公式。该公式既给出了侵彻深度的理论上限，又可度量经验公式的安全裕度及潜在拓展范围，为经验公式应用和规范的修订提供参考。

1 侵彻深度工程预估统一公式理论表征

1.1 拟流体模型侵彻深度计算公式

Slepyan[12]提出了用于预测高速至超高速弹体在介质中运动阻力的流体动力学模型，弹体侵彻靶体时，介质在弹体头部形成压缩区，而后在弹体动能的作用下流动至弹体两侧并向后喷射，在弹体侧

录用稿件，非最终出版稿

面和介质之间形成空腔区，弹体变形可忽略不计（见图 1）。介质流经弹体前后的伯努利方程、质量和动量守恒方程为

$$\begin{cases} H+\dfrac{\rho_{\mathrm{t}}v^2}{2}=\dfrac{\rho_{\mathrm{t}}v_\infty^2}{2} \\ \vartheta\left(r_{\mathrm{s}}^2-r_{\mathrm{p}}^2\right)v_\infty=r_{\mathrm{s}}^2v \\ \pi\left(r_{\mathrm{s}}^2-r_{\mathrm{p}}^2\right)\vartheta\rho_{\mathrm{t}}v_\infty^2-\pi r_{\mathrm{s}}^2\rho_{\mathrm{t}}v^2=\pi r_{\mathrm{s}}^2H-F \end{cases} \tag{1}$$

式中，ρ_{t}为介质密度；H 为介质动力硬度，即介质转入流体状态的极限应力；v_∞为介质射流的速度极限，对应着射流末端内应力为 0 的状态下的射流速度；v 为弹体瞬时侵彻速度；$\vartheta=(r_{\mathrm{s}}^2-r_{\mathrm{c}}^2)/(r_{\mathrm{s}}^2-r_{\mathrm{p}}^2)$ 为介质的射流系数，表征了弹形、弹径对阻抗的影响；r_{p}为弹体半径；r_{c}为空腔区半径；r_{s}为破碎区半径；F 为弹体所受侵彻阻力。

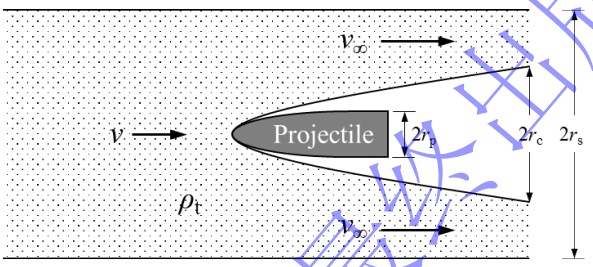


图 1 拟流体射流模型

Fig.1 Pseudo-fluid jet model

Guo 等[11]对 Slepyan 水动力模型进行了修正，引入内摩擦拟流体修正系数 κ，得侵彻阻力为

$$F=-AHq_0(\eta) \tag{2}$$

$$q_0(\eta)=\frac{\left(\sqrt{\eta^2+\dfrac{1}{\kappa}}-\eta\right)^2\sqrt{\eta^2+\dfrac{1}{\kappa}}}{\sqrt{\eta^2+\dfrac{1}{\kappa}}-\eta/\vartheta} \tag{3}$$

式中：A 为弹体横截面积；q_0 为无量纲侵彻阻抗；$\eta=v/c_*$为广义马赫数[11]，$c_*=\sqrt{2H/\rho_{\mathrm{t}}}$ 。

κ 可按 Boltzmann 函数给出[13]

$$\kappa=\begin{cases} \kappa_0 & \eta\le 1 \\ \dfrac{2\kappa_0-1+\mathrm{e}^{3(\eta-1)}}{1+\mathrm{e}^{3(\eta-1)}}, & 1<\eta\le 3 \\ 1 & \eta>3 \end{cases} \tag{4}$$

式中：$\kappa_0=\dfrac{1}{3}\dfrac{1+\mu}{1-\mu}$，$\mu$ 为介质泊松比。

射流系数 ϑ 计算公式为[14]

录用稿件，非最终出版稿

$$\vartheta=\frac{\varsigma^x}{1-\dfrac{\varsigma^x\sin\pi x}{\pi}\displaystyle\int_0^1\left[\frac{1}{\xi+\varsigma}+\frac{1}{\xi+1/\varsigma}-\frac{2}{\xi+1}\right]\frac{d\xi}{\xi^x}} \tag{5}$$

式中：$\varsigma^x=v/v_\infty=\dfrac{\eta}{\sqrt{\eta^2+1/\kappa}}$；$x=\theta/\pi$。$\theta$为弹头半锥角（$0<\theta\leqslant\pi/2$），当$\theta\to0$时，可将弹头视为长径比极大的细长杆弹，此时$\vartheta=1$。根据几何关系，半锥角$\theta$与弹头长径比$l/d$（$l$为弹头长度，$d$为弹体直径）的关系为$l/d=0.5\cot\theta$。

弹体运动方程可用牛顿第二定律表示，考虑弹体垂直入射靶体，则运动方程为

$$m_{\mathrm{p}}\frac{\mathrm{d}^2h}{\mathrm{d}t^2}=-F \tag{6}$$

式中：m_{p}为弹体质量；h为瞬时侵彻深度；t为时间；F为弹体所受侵彻阻力。

初始条件为：

$$\begin{aligned}&h\big|_{t=0}=0\\&\left.\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}=v_0\end{aligned} \tag{7}$$

式中：v_0为初始侵彻速度。

将式(6)等号两边同时乘以弹体瞬时速度v，并变换形式，可得

$$m_{\mathrm{p}}v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-Fv=-F\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

整理式(8)并积分，可得最终侵彻深度h_{m}为

$$h_{\mathrm{m}}=m_{\mathrm{p}}\int_0^{v_0}\frac{v}{F}\mathrm{d}v \tag{9}$$

引入$\eta_0=v_0/c_*$，并考虑到$c_*=\sqrt{2H/\rho_{\mathrm{t}}}$，将式(2)代入式(9)可得拟流体侵彻深度为

$$h_{\mathrm{m}}=\frac{2m_{\mathrm{p}}}{A\rho_{\mathrm{t}}}\int_0^{\eta_0}\frac{\eta}{q_0}\mathrm{d}\eta \tag{10}$$

由于q_0（式(3)）形式复杂，且含有射流系数，难以得到解析公式，为此，通过分析q_0随不同参数的演化规律，可得到合理可靠的简化计算公式。

式(3)可写为

$$q_0(\eta)=(1+\kappa\eta^2)\frac{\left[1-\dfrac{\eta}{(\eta^2+1/\kappa)^{1/2}}\right]^2}{\kappa\left[1-\dfrac{\eta/\vartheta}{(\eta^2+1/\kappa)^{1/2}}\right]} \tag{11}$$

令

$$f=\frac{\left[1-\dfrac{\eta}{(\eta^2+1/\kappa)^{1/2}}\right]^2}{\kappa\left[1-\dfrac{\eta/\vartheta}{(\eta^2+1/\kappa)^{1/2}}\right]} \tag{12}$$

f与η、κ、ϑ等参数有关，其中κ是η的函数，ϑ取决于η和弹头半锥角θ。根据几何关系，半锥角θ与弹头长径比l/d的关系为$l/d=0.5\cot\theta$。

录用稿件，非最终出版稿

拟流体侵彻满足 $\eta>1$。取泊松比为 0.35，计算在 $\eta=1$~5 范围内，l/d 取不同值时 f 的变化曲线，结果见图 2，可以看出，当 $\eta<2$ 时，f 随速度增加逐渐减小，当 $\eta>2$ 时，f 趋近于仅与 l/d 有关的常数。对比文献[15]的拟流体模型，式(11)中的 $1+\kappa\eta^2$ 实际是简化为射流的流体弹侵彻流体介质的侵彻阻抗，而式(11)是刚性弹侵彻拟流体介质时的侵彻阻抗，因此 f 表征了随速度变化，弹形、弹径对侵彻阻抗的影响。对于平头弹（$l/d=0$），当 $\eta<1.5$ 时 $f>1$，表明平头刚性弹在拟流体阶段相较于流体弹会增大侵彻阻抗，当 $\eta>1.5$ 时，$f<1$ 并趋于一个常数值，表明当介质进入流体状态，形成射流后，弹头对侵彻阻抗影响减小，且不随速度变化。对于 $l/d\geq1$ 的弹体，f 值均小于 1，代表相应的弹形会使侵彻阻抗减小。

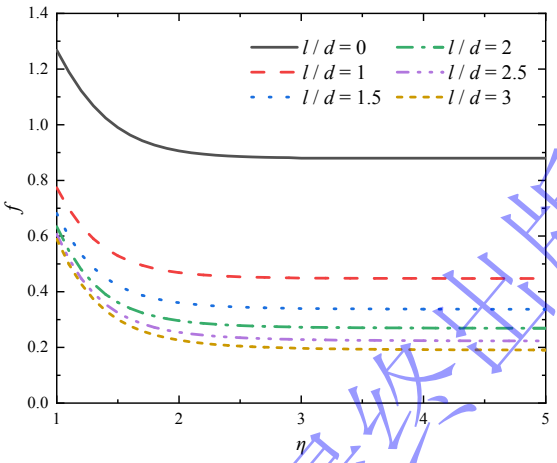


图 2 f 随 η 变化曲线

Fig. 2 Curves of f versus η

为简化计算，可将 f 看作与 η 无关，仅与 l/d 有关的函数，若直接取图 2 中的常数段，则所得结果会过于保守，为此，对于不同的 l/d，将 f 在 $\eta=1$~5 之间利用最小二乘法拟合为常数，得到平均化的 $f(l/d)$函数。

令 $\lambda=1/f$，λ 与 l/d 的关系曲线见图 3，结果表明 λ 与 l/d 可用线性函数近似，拟合结果为 $\lambda=1.1(l/d+0.86)$（$R^2=0.99$），将拟合参数向偏安全方向取近似后，可得 $\lambda=1.1(l/d+1)$，与原始曲线相比平均误差为 4%，拟合结果见图 3。基于上述分析，可将式(11)写为

$$q_0(\eta)=\frac{1}{\lambda}(1+\kappa\eta^2)$$
$$\lambda=1.1(l/d+1) \tag{13}$$

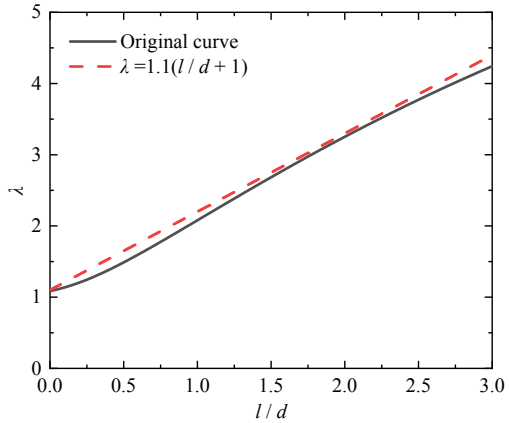


图 3 λ 随 l/d 变化曲线

Fig. 3 Curves of λ versus l/d

录用稿件，非最终出版稿

经计算，在泊松比 0.2~0.35 范围内，式(13)中 λ 的误差不超过 15%，且是偏安全的；在泊松比 0.35~0.5 范围内，式(13)中 λ 的误差不超过±6%。当速度范围扩展至 η = 1~10 时，式(13)的误差不超过±8%。因此，对于不同介质，可采用式(13)的拟流体阻抗形式。

将式(13)代入式(10)，偏安全可取 $\kappa=\kappa_0$，可得侵彻深度为

$$h_{\mathrm{m}}=\lambda\frac{m_{\mathrm{p}}}{A\rho_{\mathrm{t}}\kappa_0}\ln\left(1+\kappa_0\eta_0^2\right) \tag{14}$$

式(14)给出了按拟流体侵彻阻抗计算的侵彻深度公式，参数 λ 表征了弹靶相互作用影响，公式形式不受限于特定介质。

1.2 统一公式理论表征

式(14)在不同速度区间内可进一步简化。土的 c_*一般为 200~300 m/s，常规钻地弹侵彻速度在 1~2 Ma，超高速侵爆弹可达 3 Ma 左右，因此对于土的侵彻，η_0 的范围约为 1~5，取泊松比为 0.35，则 κ_0 = 0.7，将 $\frac{1}{\kappa_0}\ln\left(1+\kappa_0\eta_0^2\right)$在 η_0 = 1~5 之间线性拟合，得到线性化侵彻公式见式(15)，与式(14)相比，平均相对误差为 1.2%。

$$h_{\mathrm{m}}=0.84\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\lambda(\eta_0+0.21) \tag{15}$$

将括号内 η_0 提出，并将 η_0 用 v_0/c_*表示，可得

$$h_{\mathrm{m}}=0.84\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\lambda\frac{v_0}{c_*}\left(1+0.21\frac{c_*}{v_0}\right) \tag{16}$$

由于 $c_*/v_0<1$，偏安全考虑可取括号内的 $c_*/v_0=1$，整理系数可得土的侵彻深度计算公式为

$$h_{\mathrm{m}}=\lambda\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\frac{v_0}{c_*} \tag{17}$$

常见硬岩、混凝土的 c_*约为 1000~1500 m/s，在现有钻地弹侵彻速度范围内，η_0 约为 0.3~1，取泊松比为 0.3，则 κ_0 = 0.62，将 $\frac{1}{\kappa_0}\ln\left(1+\kappa_0\eta_0^2\right)$延拓至 η_0 = 0.3~1 并线性拟合，得到线性化侵彻公式见式(18)，与式(14)相比，平均相对误差为-3.6%。

$$h_{\mathrm{m}}=\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\lambda(\eta_0-0.26) \tag{18}$$

将括号内 η_0 提出，并将 η_0 用 v_0/c_*表示，可得

$$h_{\mathrm{m}}=\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\lambda\frac{v_0}{c_*}\left(1-0.26\frac{c_*}{v_0}\right) \tag{19}$$

由于 $c_*/v_0>1$，偏安全考虑可舍去括号内减去的项，整理系数可得岩石、混凝土侵彻深度计算公式为

$$h_{\mathrm{m}}=\lambda\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\frac{v_0}{c_*} \tag{20}$$

在现有钻地弹侵彻速度范围内，弹体实际已发生一定的磨蚀，但对侵深影响较小，侵深与速度近似呈线性关系[9]，因此可不考虑磨蚀影响，按此得到的侵深预估结果也是偏安全的。

对比式(17)可以看出，在不同速度区间进行线性简化后，岩石、混凝土及土的侵彻深度计算公式形式完全一致。将式(14)用于计算岩石、混凝土的侵彻深度，实质是将岩石、混凝土视作拟流体介质，其阻抗特征与弹靶耦合规律按拟流体计算，由此可从理论上给出侵深预估的上限。

为便于实际工程应用，可将 c_*转换为介质纵波速度 c_{p}，令 $c_{\mathrm{p}}=\alpha c_*$，则式(20)可写为

$$h_{\mathrm{m}}=\alpha\lambda\frac{m_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{t}}A}\frac{v_0}{c_{\mathrm{p}}} \tag{21}$$

录用稿件，非最终出版稿

下面分析 α 的确定方法。

1.3 统一公式系数确定

文献[9]研究了岩土介质在强动载作用下的动力行为，指出在内摩擦状态下，侵彻近区介质的径向应力 σ_r 与环向应力 σ_θ 的关系为

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_r}=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}=\alpha^* \tag{22}$$

式中，φ 为内摩擦角，随着压力增大，φ 值减小；α^*为侧压力系数。

介质静水压力 $p=(\sigma_r+2\sigma_\theta)/3$，剪切应力 $\tau=(\sigma_r-\sigma_\theta)/2$，考虑到在强动载作用下 $\sin\varphi$ 接近 0，由此可得

$$\frac{\tau}{p}=\frac{3\sin\varphi}{3-\sin\varphi}\approx\sin\varphi \tag{23}$$

κ 可通过 α^*定义，即 $\kappa=(1+2\alpha^*)/3$[9]，由此，根据 $p=(\sigma_r+2\sigma_\theta)/3$ 以及式(22)可得径向应力与静水压力之间关系为

$$p=\kappa\sigma_r \tag{24}$$

将式(24)代入式(23)可得

$$\tau=p\sin\varphi=\kappa\sin\varphi\sigma_r \tag{25}$$

根据“短波”理论[15, 16]，岩土介质在强动载近区处于受限一维应变状态，径向应力与应变 ε 的关系为

$$\frac{\sigma_r}{\varepsilon}=K+\frac{4}{3}G=\rho_t c_p^2，即\ \sigma_r=\varepsilon\rho_t c_p^2 \tag{26}$$

式中：K 与 G 分别为介质的体积模量与剪切模量。

将式(26)代入式(25)可得

$$\tau=\varepsilon\rho_t c_p^2\kappa\sin\varphi \tag{27}$$

动力硬度 H 可由介质的动力剪切强度极限计算[9]：

$$H=\frac{K}{G}\tau_p \tag{28}$$

式中：τ_p 为介质动力剪切强度极限。

由于 $\frac{K}{G}=\frac{2(1+\mu)}{3(1-2\mu)}$，$\mu$ 为泊松比，在动载作用下岩土介质泊松比约为 0.3~0.4，取平均值 0.35，可得 $K/G=3$，代入式(28)可得 $H=3\tau_p$，该关系与大量试验所得结果一致[17, 18]，由此可得

$$\rho_t c_*^2=2H=6\tau_p \tag{29}$$

当式(27)趋于流体极限时，$\tau=\tau_p$，可得

$$\rho_t c_*^2=6\varepsilon\kappa\rho_t c_p^2\sin\varphi \tag{30}$$

当介质压力为 $2H$ 时，已接近流体状态[15, 19]，因此 $6\varepsilon\kappa\rho_t c_p^2$ 不能超过流体极限应力，由于在流体极限时 $\kappa=1$，则流体极限应变应小于 6ε，这意味着介质在拟流体阶段的应变跨度可达 6 倍。

依据岩土中冲击爆炸试验，岩土介质接近流体的压力范围为[15]：硬岩大致为 $0.3\rho_t c_p^2$，软岩与硬土大致为 $0.2\rho_t c_p^2$，软土大致为 $0.1\rho_t c_p^2$，混凝土与硬岩相当。因此，对于岩石、混凝土，流体极限应变 ε_*约为 0.2~0.3，对于土，约为 0.1~0.2[15]。在固体转为拟流体的临界状态，硬岩、混凝土的极限应变 $\varepsilon_0=0.033\sim0.05$，土的极限应变 $\varepsilon_0=0.017\sim0.033$，同时有 $\kappa=\kappa_0$，$\sin\varphi=1\text{-}2\mu$，则根据式(30)可得

录用稿件，非最终出版稿

$$\frac{c_*^2}{c_\mathrm{p}^2}=6\varepsilon_0\kappa_0(1-2\mu) \tag{31}$$

在强动载作用下，取岩石的泊松比为 0.3，则 $\kappa_0=0.62$，代入式(31)可得

$$\frac{c_*}{c_\mathrm{p}}=1.22\sqrt{\varepsilon_0} \tag{32}$$

将 $\varepsilon_0=0.033$~0.05 代入式(32)，可得岩石、混凝土的 $\alpha=3.7$~4.5。

取土的泊松比为 0.35，则 $\kappa_0=0.7$，代入式(31)可得

$$\frac{c_*}{c_\mathrm{p}}=1.1\sqrt{\varepsilon_0} \tag{33}$$

将 $\varepsilon_0=0.017$~0.033 代入式(33)，可得土的 $\alpha=5.0$~7.0。

对于 UHPC、密配筋混凝土等，流体极限应变 ε_*可达 0.5 以上，α 值可为 2~3。

在式(21)中，除 α 外，与介质相关的参数仅有介质密度与纵波波速。参考相关规范及经验取值，给出不同介质的密度与纵波波速见表 1~表 6，f_c 为单轴饱和抗压强度，表中数据为静态值。其中表 1 与表 2 数据参考《工程岩体分级标准》（GB/T 50218-2014）与《岩土锚杆与喷射混凝土支护工程技术规范》（GB 50086-2015），表 3 数据参考《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2015）与《水利水电工程勘探规程 第 1 部分：物探》（SLT 291.1-2021），表 4 数据由混凝土和钢筋、纤维的密度与波速按加权平均计算：

$$\begin{aligned}\rho_\mathrm{t}&=\rho_{\mathrm{t}1}(1-P_\mathrm{v})+\rho_{\mathrm{t}2}P_\mathrm{v}\\ c_\mathrm{p}&=c_{\mathrm{p}1}(1-P_\mathrm{v})+c_{\mathrm{p}2}P_\mathrm{v}\end{aligned} \tag{34}$$

式中：$\rho_{\mathrm{t}1}$ 与 $c_{\mathrm{p}1}$ 为混凝土基质的密度和波速；$\rho_{\mathrm{t}2}$ 与 $c_{\mathrm{p}2}$ 为钢筋或钢纤维的密度和波速；P_v 为体积配筋率或纤维掺量。表 4 按钢筋密度 7850 kg/m^3，纵波波速 5900 m/s，配筋率与纤维掺量取 1%~2%计算。

表 5 按经验确定，其中 S 值为 Young 公式中的侵彻系数[1]。表 6 中数据由文献及试验给出。

表 1 不同类型围岩参数

Table 1 Parameters of surrounding rocks of different grades

岩体类型	f_c (MPa)	密度(kg/m^3)	纵波波速(m/s)
I 级围岩	>60	>2700	>5000
II 级围岩	60~30	2700~2650	5000~3700
III 级围岩	30~20	2650~2450	3700~3000
IV 级围岩	20~10	2450~2250	3000~2000
V 级围岩	-	<2250	<2000

表 2 不同抗压强度岩体参数

Table 2 Parameters of rocks with different compressive strengths

f_c (MPa)	密度(kg/m^3)	纵波波速(m/s)
100~80	2750~2700	5500~5000
80~60	2700~2650	5000~4500
60~45	2650~2600	4500~4000
45~30	2600~2550	4000~3500
30~15	2550~2500	3500~2500
<15	<2500	<2500

录用稿件，非最终出版稿

表 3 不同标号混凝土参数

Table 3 Parameters of concretes with different grades

标号	f_c (MPa)	密度(kg/m³)	纵波波速(m/s)
C80	50.2	2500~2440	4800~4400
C70	44.5	2480~2430	4750~4300
C60	38.5	2450~2420	4700~4200
C50	32.4	2430~2410	4600~4000
C40	26.8	2420~2400	4400~3800
C30	20.1	2400~2380	4000~3400

表 4 钢筋混凝土与 UHPC 参数

Table 4 Parameters of reinforced concrete and UHPC

介质类型	密度(kg/m³)	纵波波速(m/s)
C30 钢筋混凝土	2509~2435	4038~3425
C40 钢筋混凝土	2529~2455	4430~3821
C50 钢筋混凝土	2538~2464	4626~4019
UHPC（C40/C50 基体）	2538~2455	4626~3821

表 5 不同类型土参数

Table 5 Parameters of different soil types

介质种类	S 值	密度 (kg/m³)	纵波波速 (m/s)
密实干燥胶结砂/泥灰岩	2~4	2200～2600	2200～3500
未黏结砂/结实干黏土	4~6	1800～2200	2000～2200
中密～松散未黏结砂	6~9	1550～1750	1500～2000
填土	8~10	1600～1900	1200～2200
粉砂/低－中水黏土	5~10	1700～2000	1800～2500
潮湿松散表层土	10~20	1400～1600	800～1500
极软饱和黏土	20~30	1200～1500	500～1000

表 6 特殊介质性质

Table 6 Parameters of special medium

介质类型	密度(kg/m³)	纵波波速(m/s)
礁灰岩[20]	1830~1450	3325~2720
冰	917	4000~3800
钙质砂[21]	2008	600
冻土 (含水率约 23%)	2100~2080	1440~1400 (-1℃) 2370~2310 (-10℃) 2580~2540 (-20℃)

需要说明的是，在利用式(21)以及表 1~表 6 数据计算时，不能简单地将介质分为岩石、混凝土及土，例如对于 IV 级、V 级围岩，其波阻抗与强度特征已接近土，根据 α 的物理含义及介质波阻抗特

录用稿件，非最终出版稿

征，对不同介质的 α 取值范围进行大致划分，见表 7，一般计算时，硬岩、混凝土可取 4，土可取 6。

表 7 不同介质的 α 建议值

Table 7 Recommended values of α for different media

α 值	介质类型
2~3	UHPC、密配筋混凝土
4	I~III 级围岩、钢筋混凝土
5	IV~V 级围岩、硬土
6	中等硬土
7	软土

1.4 分层介质侵彻计算

文献[22]在固体侵彻模型基础上，提出了基于波阻抗等效的分层介质侵彻计算方法，其基本原理是，将在不同层介质中的侵彻弹道长度，通过波阻抗换算为在第一层介质中的等效弹道长度，从而计算总侵彻深度。在本文统一预估公式中，与介质相关的参数除了波阻抗，还有系数 α，可将两者综合考虑，参照波阻抗等效的方式进行计算。

令 $\beta=\alpha/(\rho_{\mathrm{t}}c_{\mathrm{p}})$，则对于两种介质 1 与介质 2，在相同初始条件下侵彻深度的关系为

$$\frac{h_{\mathrm{m1}}}{h_{\mathrm{m2}}}=\frac{\beta_1}{\beta_2} \tag{35}$$

式中：下标 1、2 分别表示介质 1 与介质 2 对应的量。

假设有两层介质，由上至下，第一层为厚度 h_1 的介质 1，如覆土等，下方为厚度很大的介质 2，如岩层，弹体侵彻后穿过覆土层，侵入岩体层中，则总侵深为

$$h_{\mathrm{m}}=h_1+L_2 \tag{36}$$

式中：L_2 为弹体在岩层中的弹道长度。

现要确定 L_2，可利用式(35)计算与 L_2 等效的覆土中的弹道长度 L_1，即

$$L_1=\frac{\beta_1}{\beta_2}L_2 \tag{37}$$

L_1 为穿过厚度为 h_1 的土层后，继续在土层中侵彻的弹道长度，则 h_1 + L_1 就是只有覆土层时弹体的侵彻深度 h_{m1}，可根据统一预估公式计算，因此有 $L_1=h_{\mathrm{m1}}-h_1$，代入式(37)即可求得 L_2，则对于覆土层与岩层的分层介质，总侵彻深度为

$$h_{\mathrm{m}}=h_1+\frac{\beta_2}{\beta_1}\left(h_{\mathrm{m1}}-h_1\right) \tag{38}$$

对于有多层介质的情况，首先需判断弹体最终在第几层停下，可利用式(39)判断[22]，满足该不等式时，介质最终在第 n 层中停止。

$$\sum_i^{n-1}\frac{h_i}{\beta_i}<\frac{h_{\mathrm{m1}}}{\beta_1}\le\sum_i^{n}\frac{h_i}{\beta_i} \tag{39}$$

式中：h_i 为第 i 层的厚度；β_i 为第 i 层对应参数；h_{m1} 为弹体在仅有第 1 层的单层介质中侵彻的深度。

总侵彻深度可写为[22]

$$h_{\mathrm{m}}=\sum_i^{n-1}h_i+h_{\mathrm{m1}}\frac{\beta_n}{\beta_1}-\sum_i^{n-1}h_i\frac{\beta_n}{\beta_i} \tag{40}$$

录用稿件，非最终出版稿

2 统一公式安全裕度分析

2.1 足尺试验对比裕度分析

利用岩石、混凝土中的足尺侵彻试验进行验证。试验弹体分为 5000 磅级与 1000 磅级两种，5000 磅弹 $l/d=2.42$，$m_p/A=17896.3$ kg/m^2，1000 磅级弹 $l/d=3$，$m_p/A=11789.3$ kg/m^2，靶体尺寸根据弹体尺寸与侵彻速度设计不同值，靶体波阻抗参数及对应弹体见表 8。

表 8 足尺侵彻试验弹靶参数

Table 8 Projectile and target parameters for full-scale penetration test

靶体	弹体	$\rho_t c_p$/(10^7 kg·m^{-2}·s^{-1})
原岩	5000 磅	1.35
C20 素混凝土	5000 磅	0.84
C40 钢筋混凝土	5000 磅 1000 磅	1.08

试验结果与式(21)计算结果见表 9，其中 2 号与 3 号试验弹体分别贯穿了厚度为 11.5 m 和 8 m 的靶体，剩余速度分别为 180 m/s 与 160 m/s，除贯穿靶体外，其余试验对比中括号内百分比为计算结果相对试验的误差。表中还给出了按修正别列赞公式与 Young 公式计算结果，其中原岩分别按单轴饱和抗压强度 60 MPa 与 80 MPa 计算。从对比结果可以看出，统一预估公式均安全涵盖了试验结果，修正别列赞公式对岩石的计算较合理，对混凝土的计算偏危险，Young 公式对岩石和混凝土均偏危险。

表 9 足尺试验结果与计算结果对比

Table 9 Comparison between full-scale test results and calculated results

序号	靶体	弹体	速度/(m/s)	试验侵深/m	统一预估公式/m	修正别列赞公式/m	Young 公式/m
1	原岩	5000 磅	443	7.4	8.84(19%)	8.95(60 MPa)(21%) 7.61(80 MPa)(3%)	6.15(60 MPa)(-17%) 5.42(80 MPa)(-27%)
2	C20 素混凝土	5000 磅	428	11.5(贯穿)	13.72	9.69	7.53
3	C40 钢	5000 磅	416	8(贯穿)	10.34	7.06	5.39
4	筋混凝	5000 磅	490	9.34	12.18(30%)	8.32(-11%)	6.43(-31%)
5	土	1000 磅	550	7.56	10.54(39%)	5.85(-23%)	5.43(-28%)

2.2 固体侵彻模型对比裕度分析

文献[19, 23]基于固体内摩擦模型分析了弹体侵彻岩石、混凝土等固体介质的侵彻阻抗。从侵彻近区由内向外，可将介质按破坏特征划分为空腔区、破碎区、径向裂纹区和弹性区（图 4，r_c、r_s、r_f分别为空腔区、破碎区、裂纹区半径），根据不同破坏分区的平衡方程，以及边界的应力连续条件，可以得到在空腔内壁的介质应力，即作用在弹头表面的法向侵彻阻抗，将其沿弹头表面积分后即可得到侵彻阻力 F，对于锥形弹，侵彻深度可写为[8, 23]

$$h_m=\frac{\sqrt{4(l/d)^2+1}}{1-\omega\sqrt{d}}\frac{m_p}{\rho_t A}\frac{v_0}{c_p} \tag{41}$$

录用稿件，非最终出版稿

式中：ω为介质相关系数。

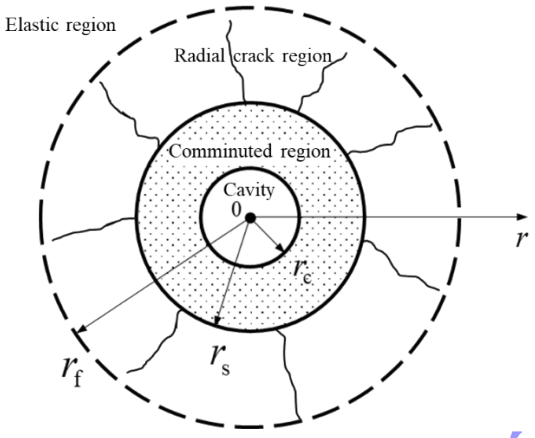


图 4 固体侵彻破坏分区

Fig.4 Solid penetration damage zones

文献[23]还给出了卵形弹的计算公式，经计算，在弹头长径比 1~3 范围内，卵形弹与锥形弹侵彻深度差距不大于 3.5%，且按锥形弹计算偏安全，因此可均按锥形弹计算。根据前期研究[8, 23]，式(41)在不同弹径下对岩石与混凝土均有较好的预测精度。

利用岩石与混凝土的固体内摩擦侵彻模型对比分析统一公式的安全裕度。对比式(21)与式(41)，令 $a_1=\alpha\lambda$， $a_2=\dfrac{\sqrt{4(l/d)^2+1}}{1-\omega\sqrt{d}}$，则固体模型与统一公式的大小关系就在于 a_1 与 a_2 的大小，对于岩石、混凝土，α 可取 4，ω 可取 0.7 $\mathrm{m}^{-0.5}$[23]，不同弹径、长径比与弹径下参数 a_1 与 a_2 的关系见图 5。

计算分析表明：

（1）统一公式给出的弹形弹径系数 a_1 的取值范围完全覆盖了固体侵彻模型的相应系数 a_2，且随着弹径增大，a_2 逐渐趋于 a_1，表明统一公式能够涵盖现代大口径钻地武器所涉及的弹径范围。

（2）实际防护结构的尺寸往往受限，难以满足固体侵彻模型关于裂纹扩展不受边界影响的基本假定；因此，按固体侵彻模型得到的计算结果将偏离实际，所得侵彻深度偏小，导致防护设计偏于危险。与之相比，统一公式的侵彻阻抗不受裂纹扩展的边界效应影响，可弥补固体侵彻模型的这一缺陷，其计算结果符合实际工程安全设计需要。

（3）统一公式与固体侵彻模型可分别作为侵彻深度预估的上限和下限，据此可对经验公式的安全阈值进行科学评判，并对经验公式的适用范围作有效拓展。

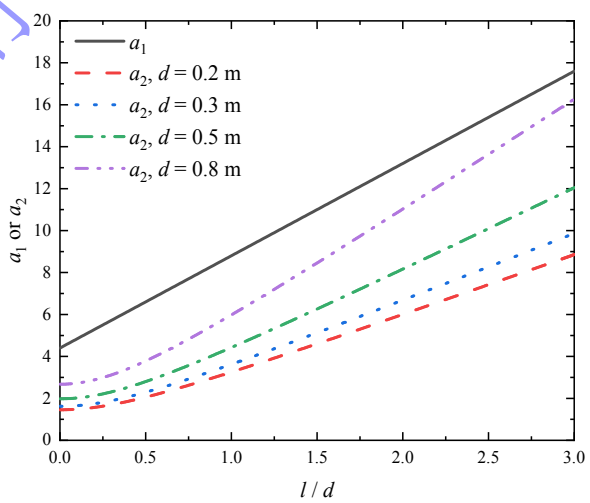


图 5 不同弹径下 a_1 与 a_2 随 l/d 变化

录用稿件，非最终出版稿

Fig.5 Variation of a_1 and a_2 with l/d under different projectile diameters

2.3 经验公式对比裕度分析

修正的别列赞公式与 Young 公式对岩石、混凝土与土均可适用，为研究式(21)的合理性，在不同介质中将其与修正的别列赞公式和 Young 公式进行对比。弹体采用 GBU-28、GBU-57，以及深钻地灵巧炸弹（MMTD），分别代表中等口径、大口径，以及小口径钻地弹，弹体参数见表 10。

表 10 弹体参数

Table 10 Parameters of projectiles

弹体类型	质量（kg）	直径（m）	弹头长径比
GBU-28	2132	0.3683	1.66
GBU-57	13600	0.8	1.875
深钻地灵巧炸弹（MMTD）	113	0.15	1.66

Young 公式计算岩石、混凝土与土的统一形式为[1]

$$h_{\mathrm{m}}=\begin{cases}0.0008S\lambda_1\left(\dfrac{m_{\mathrm{p}}}{A}\right)^{0.7}\ln(1+2.15\times10^{-4}v_0^2) & v_0<61\ \mathrm{m/s}\\ 0.000018S\lambda_1\left(\dfrac{m_{\mathrm{p}}}{A}\right)^{0.7}(v_0-30.5) & v_0\geqslant 61\ \mathrm{m/s}\end{cases}\tag{42}$$

式中：S 为侵彻性指数，为无量纲量；λ_1 为弹形系数，取值如下：

$$\lambda_1=\begin{cases}0.18\dfrac{l}{d}+0.56 & \text{卵形弹}\\ 0.25\dfrac{l}{d}+0.56 & \text{锥形弹}\end{cases}\tag{43}$$

对于岩石介质，参数 S 的取值如下[19]：

$$S=2.7(f_{\mathrm{c}}Q_{\mathrm{a}})^{-0.3}\tag{44}$$

式中：Q_{a} 为岩石质量指标，取值范围为 0.1~1.0。

对于混凝土，S 值计算公式为

$$S=0.085K_{\mathrm{c}}(11-100P_{\mathrm{v}})(t_{\mathrm{c}}T_{\mathrm{c}})^{-0.06}(35/f_{\mathrm{c}})^{0.3}\tag{45}$$

式中：t_{c} 为混凝土凝固时间（年），大于 1 年时 $t_{\mathrm{c}}=1$；T_{c} 为目标厚度与弹体直径之比，$T_{\mathrm{c}}>6$ 时取 6；K_{c} 为目标宽度影响系数，$K_{\mathrm{c}}=(J/W_1)^{0.3}$，$J$ 对钢筋混凝土取 20，素混凝土取 30，若 $T_{\mathrm{c}}=0.5\sim2.0$，$J$ 须减小 50%；W_1 为目标宽度与弹体直径之比，若 $W_1>J$，则 $K_{\mathrm{c}}=1$。

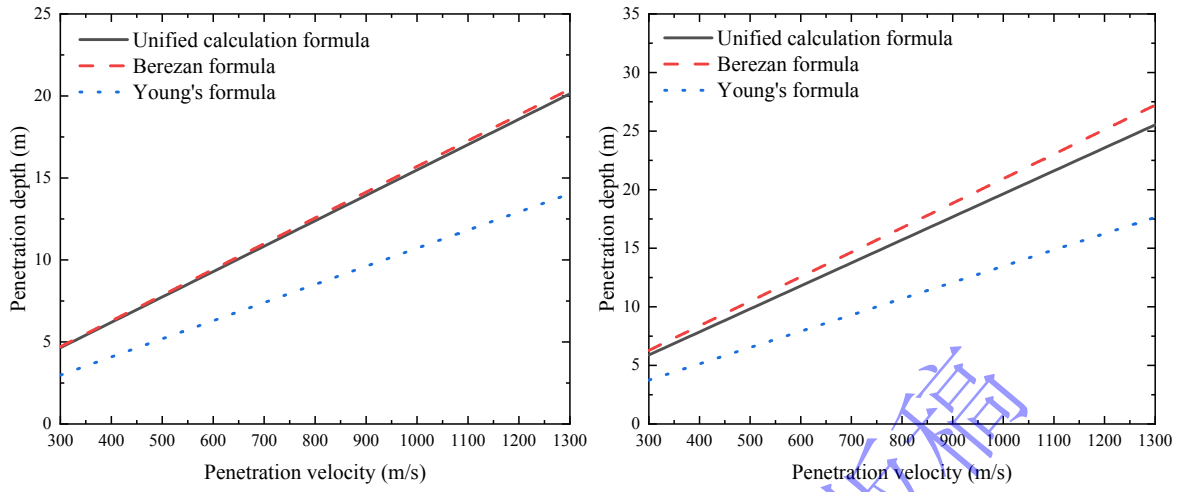
对于土，参数 S 按表 5 取值。

2.3.1 岩石中侵彻深度对比

岩石参数按表 2 中取值，分别计算单轴抗压强度为 100 MPa、60 MPa 情况，岩石密度与纵波速度分别取所在范围对应值。Young 公式中的质量等级 Q_{a} 分别取 0.9、0.7。侵彻速度范围为 300~1300 m/s，计算结果见图 6 至图 8。可以看出，对于 GBU28 与 GBU-57，在宽广的速度范围内，不同强度岩石的统一计算公式结果接近别列赞公式，大于 Young 公式，其他强度的岩石计算曲线关系与所列结果一致，限于篇幅不再画图表示。对于 MMTD，三条曲线较为接近，统一公式计算结果相对安全。结合试验对比，别列赞公式对岩石的计算具有一定的安全性，其口径范围可扩展至 0.8 m，而 Young 公式计算岩石侵深偏危险。在小口径弹体计算时 Young 公式与别列赞公式接近，这是因为 Young 公式的无量纲侵深与弹径是负相关的，即弹径越小，侵深偏大，弹径越大，侵深偏小，该关系与别列赞

录用稿件，非最终出版稿

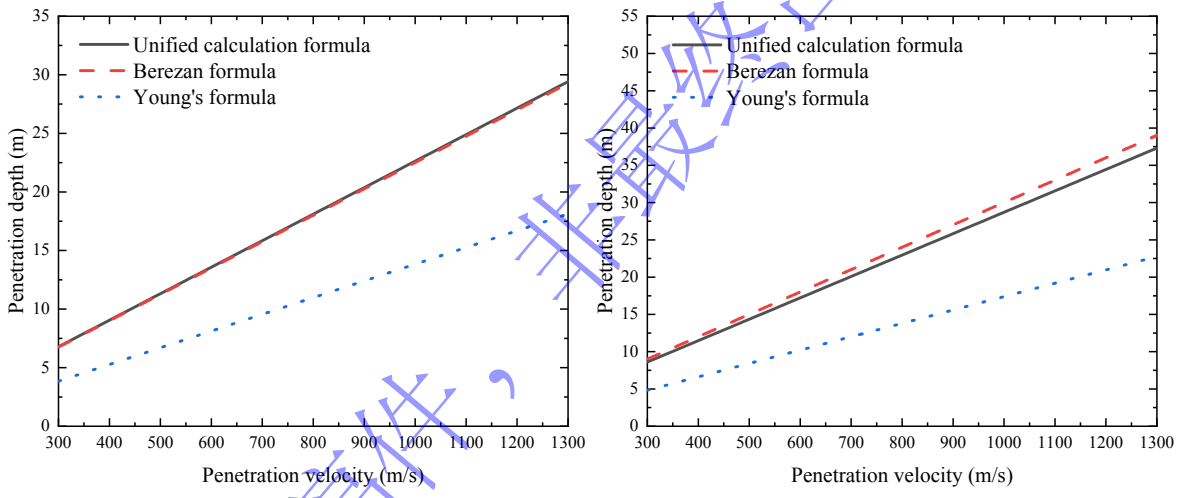
公式及试验观察结果相反。



（a）f_c = 100 MPa　　（b）f_c = 60 MPa

图 6 GBU-28 侵彻岩石计算结果

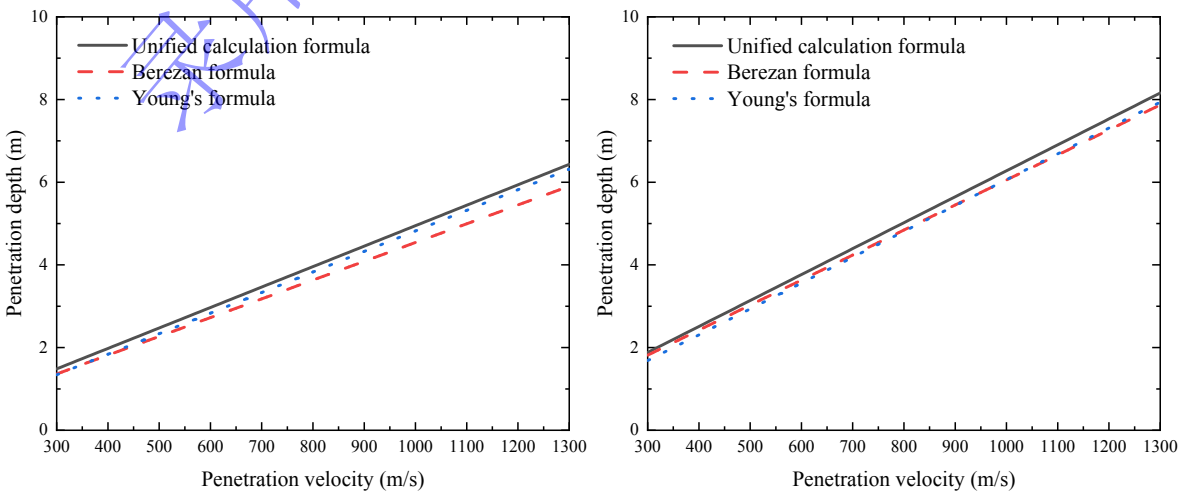
Fig.6 Calculation results of GBU-28 penetrating rock



（a）f_c = 100 MPa　　（b）f_c = 60 MPa

图 7 GBU-57 侵彻岩石计算结果

Fig.7 Calculation results of GBU-57 penetrating rock



录用稿件，非最终出版稿

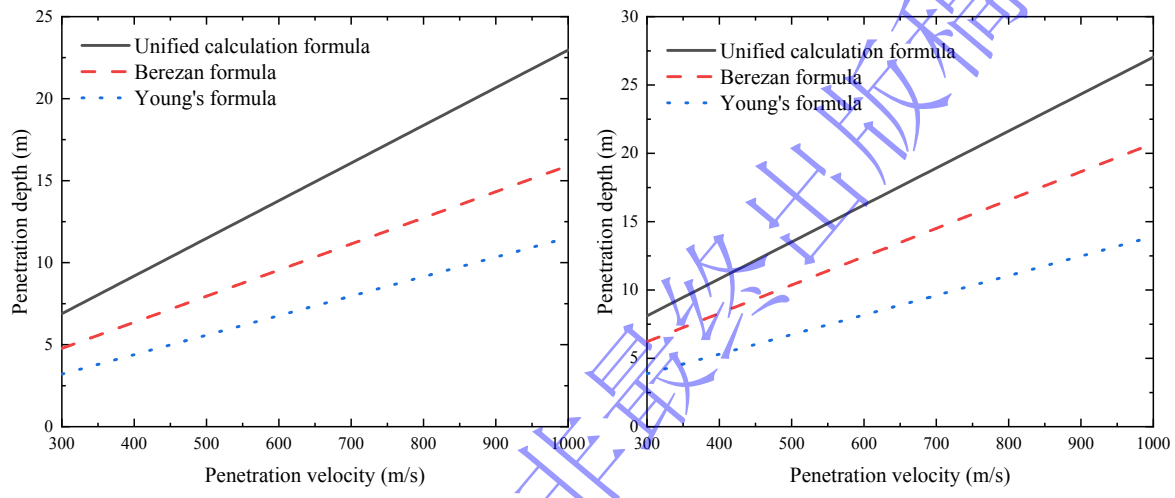
（a）f_c = 100 MPa　　（b）f_c = 60 MPa

图 8 MMTD 侵彻岩石计算结果

Fig.8 Calculation results of MMTD penetrating rock

2.3.2 混凝土中侵彻深度对比

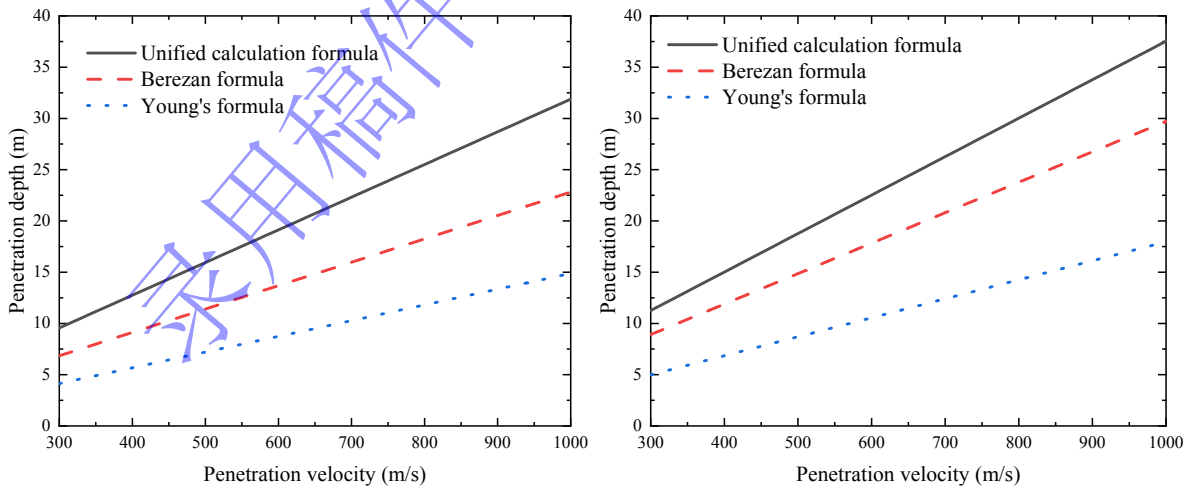
混凝土选取表 3 中 C80、C40 进行计算，偏安全考虑，介质密度与波阻抗取相应范围的下限。式(45)中参数取值如下：$K_c = 1$，$P_v = 0$，$t_c = 1$，$T_c = 6$。侵彻速度范围为 300~1000 m/s，计算结果见图 9 至图 11。可以看出，对于不同标号的混凝土，统一计算公式结果均大于别列赞公式与 Young 公式，Young 公式对于中等至大口径钻地弹计算结果小于别列赞公式，对于小口径钻地弹计算结果与别列赞公式接近。结合试验对比结果，表明别列赞公式与 Young 公式对大口径钻地弹侵彻混凝土的计算结果均偏危险。



（a）C80　　（b）C40

图 9 GBU-28 侵彻混凝土计算结果

Fig.9 Calculation results of GBU-28 penetrating concrete

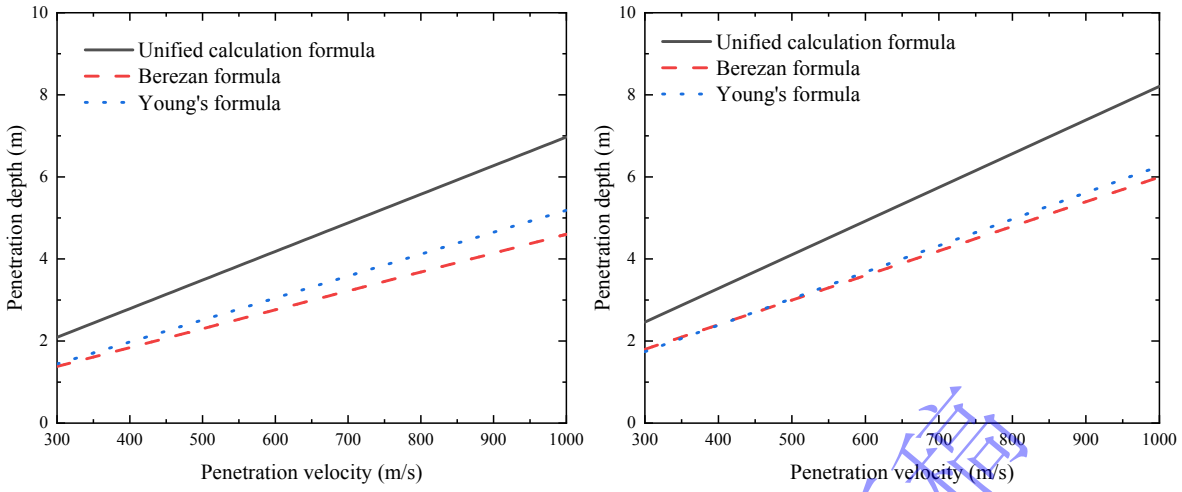


（a）C80　　（b）C40

图 10 GBU-57 侵彻混凝土计算结果

Fig.10 Calculation results of GBU-57 penetrating concrete

录用稿件，非最终出版稿



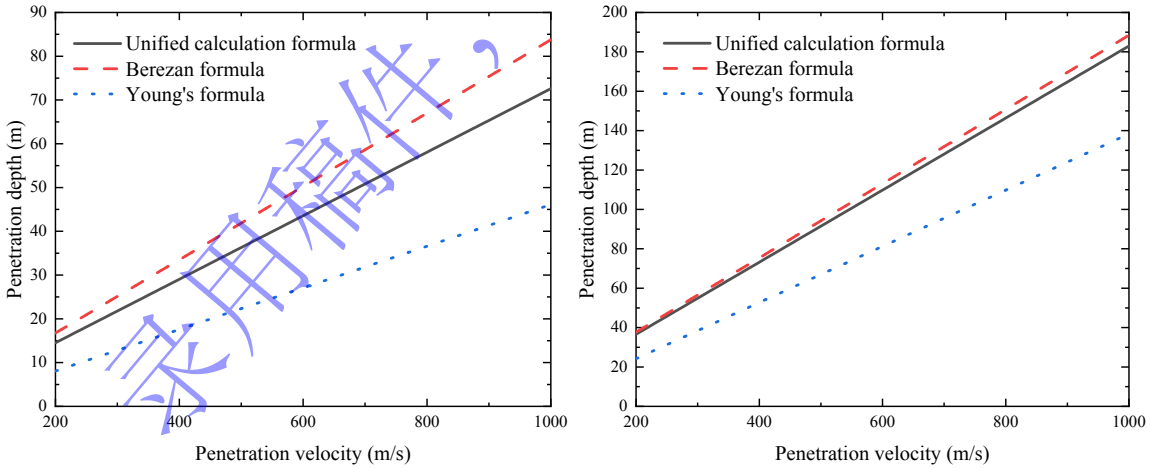
（a）C80　　（b）C40

图 11 MMTD 侵彻混凝土计算结果

Fig.11 Calculation results of MMTD penetrating concrete

2.3.3 土中侵彻深度对比

土介质参数按表 5 中取值，计算密实干燥胶结砂与填土两类，S 值分别取 3 与 9，密度与纵波速度分别取相应范围的下限。由于别列赞公式所列土介质类型中没有密实干燥胶结砂，因此按最坚硬土的参数取值，侵彻速度范围为 200~1000 m/s，计算结果见图 12 至图 14。可以看出，GBU-28 与 GBU-57 侵深计算中，对于密实干燥胶结砂，别列赞公式按最坚硬的土介质计算，结果仍大于 Young 公式和统一公式计算结果，可见别列赞公式是十分保守的。对于填土，统一公式结果与别列赞公式接近，大于 Young 公式结果，可见别列赞公式对填土的计算较合理，而 Young 公式的计算安全性较低。对于小口径 MMTD 侵深计算，三种公式结果较接近。

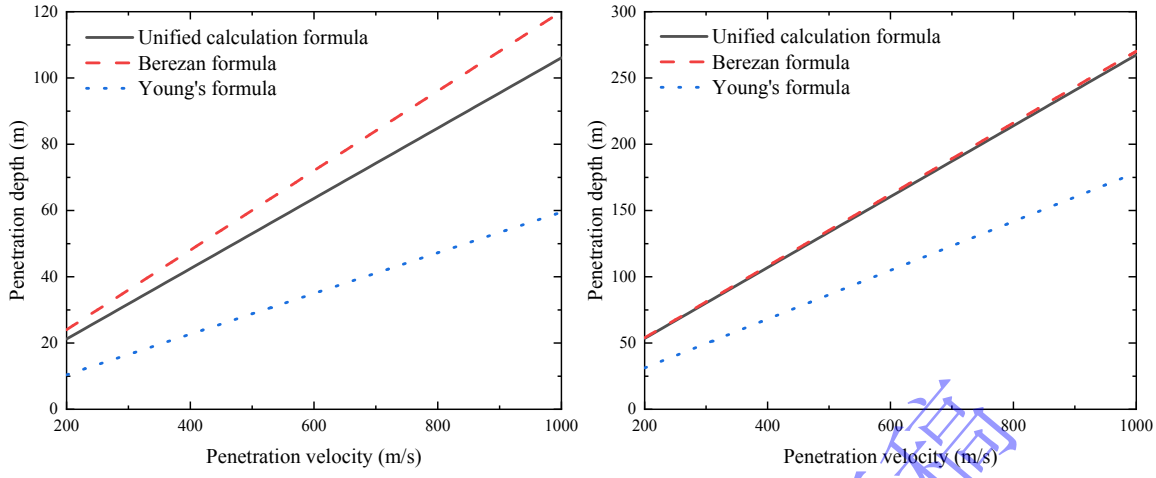


（a）Dense, dry, cemented sand　　（b）Soil fill material

图 12 GBU-28 侵彻土计算结果

Fig.12 Calculation results of GBU-28 penetrating soil

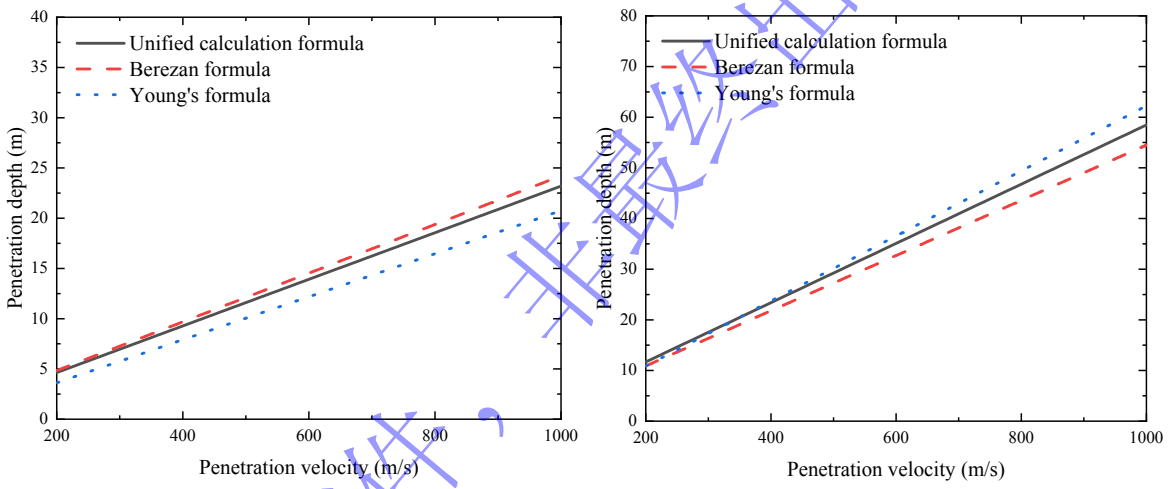
录用稿件，非最终出版稿



（a）Dense, dry, cemented sand　　（b）Soil fill material

图 13 GBU-57 侵彻土计算结果

Fig.13 Calculation results of GBU-57 penetrating soil



（a）Dense, dry, cemented sand　　（b）Soil fill material

图 14 MMTD 侵彻土计算结果

Fig.14 Calculation results of MMTD penetrating soil

3　结论

（1）提出的统一预估公式弹靶参数范围广，形式简单，物理意义明确，参数少，可满足现代大口径高速至超高速钻地炸弹侵彻深度计算设计需求。

（2）对于小口径弹而言，修正的别列赞公式、Young 公式、统一计算公式计算结果接近，均符合安全要求，但统一计算公式形式简单，参数物理意义明确。对大口径弹而言，修正的别列赞公式对混凝土介质侵彻偏危险，对岩石偏安全，对土过于安全；Young 公式对混凝土、岩石偏危险，对土而言安全不高；而统一计算公式覆盖了不同介质的安全边界，可以用于大口径弹的预估。

（3）统一预估公式通过相应的介质参数等效可以拓展至分层介质侵彻。

录用稿件，非最终出版稿

参考文献

[1] YOUNG C W. Penetration equations[R]. Albuquerque: Sandia National Labs., 1997.

[2] 任辉启, 穆朝民, 刘瑞朝. 精确制导武器侵彻效应与工程防护[M]. 北京: 科学出版社, 2016.

[3] 邓国强, 王安宝, 张蒙蒙, 等. “匕首”导弹高速侵爆战斗部毁伤威力推测[J]. 防护工程, 2022, 44(04): 42-47.
DENG G Q, WANG A B, ZHANG M M, et al. Estimation of damage power of the high-speed penetrating- explosion warhead of Kinzhal missile[J]. Protective Engineering, 2022, 44(04): 42-47.

[4] 金丰年, 徐汉中, 刘黎. 用 YOUNG 公式计算 GBU-28 侵彻的不同围岩深度[J]. 解放军理工大学学报（自然科学版）, 2004, 5(6): 33-36.
JIN F N, XU H Z, LIU L. Penetrating depth calculation of GBU-28 penetrating surrounding rocks with Young formula[J]. Journal of Army Engineering University of PLA, 2004, 5(6): 33-36.

[5] FORRESTAL M J, LUK V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid[J]. Journal of Applied Mechanics & Technical Physics, 1988, 55(2): 275-279.

[6] FORRESTAL M J. Penetration into dry porous rock [J]. International Journal of Solids & Structures, 1986, 22(12): 1485-1500.

[7] KONG X Z, WU H, FANG Q, et al. Rigid and eroding projectile penetration into concrete targets based on an extended dynamic cavity expansion model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2017, 100: 13-22.

[8] ZHANG X H, XU T H, WANG Z. A practical formula for penetration depth of rigid projectiles into rock and concrete considering the non-scaling effect[J]. Defence Technology, 2025, 53: 98-111.

[9] 王明洋, 李杰, 李海波, 等. 岩石的动态压缩行为与超高速动能弹毁伤效应计算[J]. 爆炸与冲击, 2018, 38(6): 1200-1217.
WANG M Y, LI J, LI H B, et al. Dynamic compression behavior of rock and simulation of damage effects of hypervelocity kinetic energy bomb[J]. Explosion and Shock Waves, 2018, 38(6): 1200-1217.

[10] 王明洋, 邱艳宇, 李杰, 等. 超高速长杆弹对岩石侵彻、地冲击效应理论与实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(3): 564-572.
WANG M Y, QIU Y Y, LI J, et al. Theoretical and experimental study on penetration in rock and ground impact effects of long rod projectiles of hyper speed[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(3): 564-572.

[11] GUO W, QIU Y Y, WANG M Y. High-velocity projectile penetration test and theoretical calculation of pseudo fluid penetration of calcareous sand[J]. Defence Technology, 2024, 42: 105-115.

[12] SLEPYAN L I. Calculation of the size of the crater formed by a high-speed impact[J]. Soviet Mining Science, 1978, 14(5): 465-471.

[13] 何勇, 李干, 郭纬, 等. 高超声速钻地炸弹侵彻深度计算方法[J]. 防护工程, 2023, 45(2): 31-36.
HE Y, LI G, GUO W, et al. Calculation method of penetration depth of hypersonic earth-penetrating bomb[J]. Protective Engineering, 2023, 45(2): 31-36.

[14] GUREVICH M I. The theory of jets in an ideal fluid[M]. London: Pergamon Press Ltd, 1966.

[15] 王明洋, 李杰, 邓国强. 超高速动能武器钻地毁伤效应与工程防护[M]. 北京: 科学出版社, 2021.

[16] SHEMYAKIN E I. Behavior of rocks under dynamic loads[J]. Soviet Mining Science, 1966, 2(1): 8-14.

[17] BRACE W F. Behavior of rock salt, limestone, and anhydrite during indentation[J]. Journal of Geophysical Research, 1960, 65(6): 1773-1788.

[18] KOEPPEL B J, Subhash G. Characteristics of residual plastic zone under static and dynamic vickers indentations[J]. Wear, 1999, 224(1): 56-67.

[19] 钱七虎, 王明洋. 岩土中的冲击爆炸效应[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.

[20] 王建平, 马林建, 耿汉生, 等. 珊瑚礁灰岩抗侵彻性能试验研究[J]. 水利水电技术(中英文): 1-15.

录用稿件，非最终出版稿

WANG J P, MA L J, GENG H S, et al. Experimental study on anti-penetration performance of coral reef limestone[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2026, 57(5): 248-258

[21] 苗伟伟, 邱艳宇, 程怡豪, 等. 钙质砂侵彻试验与理论研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(17): 232-237.
MIAO W W, QIU Y Y, CHENG Y H, et al. Penetration tests of calcareous sandand theoretical study[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(17): 232-237.

[22] 徐天涵, 张效晗, 蒋海明, 等. 钻地弹斜侵彻与分层介质中侵彻的计算方法[J]. 陆军工程大学学报, 2025, 4(4): 22-29.
XU T H, ZHANG X H, JIANG H M, et al. Practical formulas for oblique penetration of earth penetrating projectiles and penetration into multi-layered media[J]. Journal of Army Engineering University of PLA, 2025, 4(4): 22-29.

[23] 何勇, 徐天涵, 张效晗, 等. 钻地弹侵彻深度尺寸效应分析与实用计算公式[J]. 爆炸与冲击, 2025, 45(4): 90-107.
HE Y, XU T H, ZHANG X H, et al. Analysis of the size effect on the penetration depth of earth-penetrating projectiles and practical calculating formula[J]. Explosion and Shock Waves, 2025, 45(4): 90-107.

录用稿件，非最终出版稿