

DOI: 10.11883/1001-1455(2017)03-0566-05

基于量纲分析理论的煤尘爆炸能量预测模型^{*}

李雨成^{1,2}, 刘天奇^{1,2}, 周西华^{1,2}

(1. 辽宁工程技术大学安全科学与工程学院, 辽宁 阜新 123000;

2. 辽宁工程技术大学矿山热动力灾害与防治教育部重点实验室, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 为预测煤尘爆炸能量, 基于量纲分析理论建立煤尘爆炸能量预测模型。选取爆炸能量 E 、空气密度 ρ 和大气压强 p 的量纲为导出量纲。根据量纲分析 Π 定理得出含有待定参数 λ 的具有普适性的能量预测模型。通过小型煤尘爆炸性实验设计, 测定 10 次爆炸最长火焰长度平均值 l_0 、10 次最长火焰长度出现时间平均值 t_0 与该小型煤尘爆炸中释放能量 E_0 , 确定模型中参数 λ 为 0.467。对模型变量 t 、 E 、 l 的函数关系进行合理性检验。通过实测的 15 组不同时刻的火焰长度进行模型变量 t 、 l 幂指关系检验。检验结果表明: 量纲选取完备, 预测模型科学合理。

关键词: 煤尘爆炸; 能量预测; 量纲分析; 预测模型

中图分类号: O389; X936

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

煤矿井下作业中, 一旦掘进面等处产生的浮尘遇到明火, 极易发生爆炸事故^[1-2]。煤尘爆炸在传播过程中, 冲击波和火焰面释放的能量给巷道结构、生产设备及作业人员带来极大损害^[3-4]。煤尘爆炸属于多次连环的有可燃悬浮颗粒参与的化学爆炸。对煤尘爆炸能量的研究主要集中于压力波和火焰波两方面。李庆钊等^[5]利用 20 L 球形装置研究了煤尘浓度、环境初压等因素与爆炸能量的关系。程磊^[6]研究了受限分岔管道、双向分岔管道、截面突变管道内煤尘爆炸冲击波的变化规律。张延松^[7]、李润之^[8]和王新等^[9]研究了大型实验巷道中瓦斯诱导煤尘爆炸产生的压力波、火焰波的传播过程。李雨成等^[10-11]研究了不同煤质的煤尘爆炸火焰传播特性, 并建立了火焰长度预测模型。由于煤尘爆炸能量的数量级较大, 不便于测试, 因此, 本文中基于量纲分析理论建立煤尘爆炸能量预测模型, 以期为高数量级的爆炸能量预测提供理论基础。

1 基于量纲分析理论的煤尘爆炸能量预测模型

1.1 基本量纲与导出量纲的选取

量纲是自然界中物理量的单位, 分为基本量纲和导出量纲^[12-13]。本文中预测煤尘爆炸能量选取的基本量纲为煤尘爆炸火焰长度 l 、煤尘质量 m 、时间 t 的量纲, 分别记为:

$$L = [l], \quad M = [m], \quad T = [t] \quad (1)$$

在基本量纲的基础上可形成导出量纲, 本文中采用的导出量纲有煤尘爆炸能量 E 、空气密度 ρ 、大气压强 p 的量纲, 分别记为:

$$[E] = L^2 M T^{-2}, \quad [\rho] = L^{-3} M, \quad [p] = L^{-1} M T^{-2} \quad (2)$$

根据量纲分析理论, 可以找到与煤尘爆炸能量相关的变量及其之间的量纲关系。其中, 量纲分析齐次原理是量纲分析理论中的重要原理, Π 定理是利用量纲分析理论建模的基础, 虽然根据 Π 定理往往不能求出模型的具体表达式, 但并不影响建模过程及本文煤尘爆炸能量的预测结果。

1.2 基于量纲分析齐次原理与 Π 定理的煤尘爆炸能量预测模型

将煤尘爆炸中释放的能量记为 E , 在本文建模中, 考虑的基本量纲有煤尘爆炸火焰传播距离 (即火

* 收稿日期: 2015-09-22; 修回日期: 2015-12-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(51204089, 51274115); 辽宁省教育厅科研项目(L2014131)

第一作者: 李雨成(1978—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, lycntu@163.com。

焰长度 l 、质量 m 、时间 t 的量纲,还考虑了动力学范畴内与之相关的物理变量空气密度 ρ 与大气压强 p 的量纲。通过后文模型分析可验证所选取变量是准确充足有效的,其具体量纲表达式已由式(2)给出。则根据量纲分析 Π 定理,不妨设 l 与 t 、 E 、 ρ 、 p 间存在如下关系式 $l=\varphi(t,E,\rho,p)$,将其写成隐函数形式为 $f(l,t,E,\rho,p)=0$ 。根据量纲分析齐次原理中“导出量纲函数可写成基本量纲幂函数乘积形式”的结论,可把 l 、 t 、 E 、 ρ 、 p 表示成基本量纲 L 、 M 、 T 幂函数乘积形式:

$$\begin{aligned} [l] &= L^1 M^0 T^0, & [t] &= L^0 M^0 T^1, & [E] &= L^2 M^1 T^{-2}, \\ [\rho] &= L^{-3} M^1 T^0, & [p] &= L^{-1} M^1 T^{-2} \end{aligned} \tag{3}$$

根据量纲分析 Π 定理,由式(3)得到量纲矩阵为:

$$A_{3 \times 5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

量纲矩阵经过初等行变换后,显然 $R(A)=r=3$,因此对于齐次线性方程组 $Ay=0$ 存在2个基础解系。为得到 $y=(y_1,y_2,\dots,y_5)^T$ 的2个解,不妨分别令 $y_1=1,y_5=0$ 和 $y_1=0,y_5=1$,得到对应的2组关于 y 的解分别为 $y_1=\left(1,-\frac{2}{5},-\frac{1}{5},\frac{1}{5},0\right)^T$ 和 $y_2=\left(0,\frac{6}{5},-\frac{2}{5},-\frac{3}{5},1\right)^T$ 。

再根据 Π 定理,得到2个相互独立且量纲一量 π_1 和 π_2 ,使得 $F(\pi_1,\pi_2)=0$ 与 $f(l,t,E,\rho,p)=0$ 等价。其中, π_1 和 π_2 表达式分别为:

$$\begin{cases} \pi_1 = lt^{-\frac{2}{5}}E^{-\frac{1}{5}}\rho^{\frac{1}{5}}p^0 = l\left(\frac{\rho}{t^2E}\right)^{\frac{1}{5}} \\ \pi_2 = l^0t^{\frac{6}{5}}E^{-\frac{2}{5}}\rho^{-\frac{3}{5}}p^1 = \left(\frac{t^6p^5}{E^2\rho^3}\right)^{\frac{1}{5}} \end{cases} \tag{5}$$

由于 π_1 和 π_2 均为量纲一量且彼此相互独立,因此两者必然可表达成某一函数 ψ 形式,即:

$$\pi_1 = \psi(\pi_2) \Rightarrow l\left(\frac{\rho}{t^2E}\right)^{\frac{1}{5}} = \psi\left(\frac{t^6p^5}{E^2\rho^3}\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow l = \left(\frac{t^2E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}} \psi\left(\frac{t^6p^5}{E^2\rho^3}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{6}$$

由此得到煤尘爆炸火焰长度 l 关于 t 、 E 、 ρ 、 p 的函数关系。在函数 ψ 中,由于煤尘爆炸火焰存在时间很短,而煤尘爆炸所释放能量很大,因此可做如下处理:

$$\frac{t^6p^5}{E^2\rho^3} \rightarrow 0 \Rightarrow \psi\left(\frac{t^6p^5}{E^2\rho^3}\right)^{\frac{1}{5}} \rightarrow \psi(0) \tag{7}$$

显然对某一固定函数形式 ψ , $\psi(0)$ 必为一常数,不妨令 $\psi(0)=\lambda$ 。由此将 l 推导成关于 t 、 E 、 ρ 的函数关系(空气密度 $\rho=1.25\text{ kg/m}^3$)如下:

$$l = \left(\frac{t^2E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}} \lambda = \lambda \left(\frac{t^2E}{1.25}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{8}$$

式中:煤尘爆炸火焰持续时间 t 、煤尘爆炸火焰长度 l 均可测,只要再实测一组爆炸释放能量 E 就可估计出常数 λ ,进而利用式(8)即可针对不同时刻 t 的火焰长度 l ,估计煤尘爆炸不同时刻释放出的能量 E ,这对爆炸威力预测及爆炸后果评估具有重要意义。为确定常数 λ ,设计实验如下。

2 模型待定参数确定的小型实验设计与模型检验

2.1 小型煤尘爆炸实验设计

对于模型(8)中存在的3个未知参数 l 、 t 、 E 和一个待定参数 λ ,对于不同时刻 t 会对应存在煤尘爆炸火焰长度 l 和爆炸释放能量 E ,但对于时间 t 存在一个临界点,即为煤尘爆炸能量释放最大(即能量全部释放)的时刻 t_0 ,当 $t>t_0$ 时,火焰长度 l 和释放能量 E 均开始减小。为确定待定参数 λ ,可设计小型实验思路如下。

以 t_0 时刻为基准,通过煤尘爆炸性鉴定实验,实验装置如图1所示,可以测得 t_0 时刻对应的最长火

焰长度 l_0 。为便于看清数据,利用高速摄像机捕捉火焰图像,通过玻璃管上标尺刻度读取火焰长度。10 次爆炸实验捕捉到最长火焰长度平均值为 $l_0 = 0.65\text{ m}$,对应 10 次实验的最长火焰长度出现的时间的平均值为 $t_0 = 0.015\text{ s}$ 。再根据所选煤样为无烟煤,其煤尘热值 $Q = 2.9 \times 10^7\text{ J/kg}$,煤样质量为 1 g ,进而得到该小型煤尘爆炸中释放能量为 $E_0 = 2.9 \times 10^4\text{ J}$ 。

2.2 模型待定参数计算

将 2.1 节中实验计算得到的 l_0 、 t_0 、 E_0 代入式 (8),可计算得到待定参数为:

$$\lambda = \frac{l}{\left(\frac{t^2 E}{1.25}\right)^{\frac{1}{5}}} = 0.467 \tag{9}$$

由此得到煤尘爆炸能量释放预测模型为:

$$l = 0.467 \left(\frac{t^2 E}{1.25}\right)^{\frac{1}{5}} \quad 0 < t < t_0 \tag{10}$$

采用该能量预测模型,可以在已知一组爆炸 t 时刻火焰长度 l 情况下,预测爆炸各不同时刻能量释放值。但对于该公式存在一定限制条件,即 $0 < t < t_0$,一旦 $t = t_0$ 时,爆炸能量已达到全部释放完毕的临界点,此后 $t > t_0$ 时,火焰长度 l 开始逐渐衰减,所释放能量 E 也开始衰减。

2.3 模型检验

2.3.1 模型变量 t 、 E 、 l 合理性检验

对于由量纲分析原理和小型煤尘爆炸性鉴定实验设计推导出的煤尘爆炸能量预测模型 (10),当 $t = 0$ 时, $l = 0$,显然与实际情况相符,即在爆炸起始时刻,煤尘爆炸火焰长度为 0,煤尘爆炸释放能量为 0。在此基础上,由式 (10) 可以看出,在 $t \in [0, t_0]$ 范围内,随着爆炸后时间的增大,火焰长度、爆炸释放能量也不断增大,即火焰长度、爆炸释放能量分别与爆炸时间呈幂指递增函数关系,也验证了模型的合理性。

2.3.2 模型变量 t 、 l 幂指关系检验

再进一步验证模型中幂指关系的合理性,首先暂不考虑变量 E 的作用,仅从 l 和 t 角度可知 l 正比于 t 的 $2/5$ 次幂。为验证该关系,利用 SA8 独立型高速摄像机(每秒可最多拍摄 30 000 帧)捕捉的不同时刻火焰长度(为 10 次测试的平均值)(见表 1),进行 $l = at^b$ ($0 < t < t_0$) 形式的最小二乘拟合, a 和 b 为待求参数。由模型 (10) 可知, a 中存在变量 E ,因此实际上 a 是变化的,但这里将其视为常数,原因是这里要验证参数 b ,即 l 与 t 变量的幂指关系,与 a 是否变化完全无关,因此可对模型 (10) 做此简化处理。拟合结果如图 2 所示,可见火焰长度 l 大致分布在一条曲线周围,且得出 $a = 3.490\ 4$, $b =$



图 1 煤尘爆炸性鉴定装置
Fig. 1 Identification equipment of coal dust explosibility

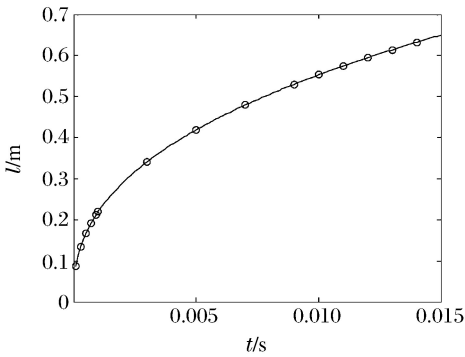


图 2 拟合结果
Fig. 2 Fitted result

0.400 2,对比预测模型 (10) 中 l 正比于 t 的 $2/5$ 次幂, $0.400\ 2 \approx 2/5$,因此进一步证明了导出量纲选择的完备合理性与预测模型 (10) 的科学性。虽然该煤尘爆炸能量预测模型中参数并不唯一,但模型的推导结果本身具有普适性,可针对不同煤质进行预测研究,对煤尘爆炸事故评估与事故等级评定具有重要参考价值。

表 1 不同时刻的火焰长度

Table 1 Flame lengths at different times

t/s	l/m	t/s	l/m	t/s	l/m
0.000 1	0.087 6	0.001	0.220 1	0.010	0.552 9
0.000 3	0.135 0	0.003	0.341 6	0.011	0.574 1
0.000 5	0.166 6	0.005	0.418 9	0.012	0.594 5
0.000 7	0.190 8	0.007	0.479 3	0.013	0.613 5
0.000 9	0.210 9	0.009	0.529 8	0.014	0.632 4

2.4 应用前景分析

在预测模型(10)中,只要已知某时刻 t 的煤尘爆炸火焰传播距离 l ,就可以利用该模型预测 t 时刻爆炸释放的能量。而在煤矿现场,首先可通过技术手段确定爆源位置,在易爆区段安装可精确测量物体运动时间的时间传感器以及火焰传感器,以获取火焰传播最远距离和传播时间数据,以此进行爆炸能量估算。同时,即便测试条件受限,对于煤尘爆炸火焰传播规律的研究(包括火焰传播距离、火焰传播速度与时间的关系)仍然很多,文献[6-7]等均给出火焰传播距离与时间的关系表达式。因此,只要通过爆炸痕迹鉴定判断出火焰传播的最远距离,便可推导出爆炸经历的时间,再代入能量预测模型(10)同样可得出结果。预测模型(10)参数变量较少,量纲选取完备合理,同时使计算过程极大简化,省去以往复杂的偏微分方程的运算过程,降低了在模型求解时对数学理论掌握的高要求。此外,通过量纲分析方法和小型实验室煤尘爆炸性鉴定实验,便可预测计算出数量级相对较高的爆炸能量,大大简化运算量,同时,预测结果对爆炸事故处理有一定参考意义与应用价值。

3 结 论

(1)根据量纲齐次原理与量纲分析 Π 定理构建了煤尘爆炸能量模型。选取煤尘爆炸火焰传播距离 l 、质量 m 、时间 t 的量纲为基本量纲,选取爆炸能量 E 、空气密度 ρ 和大气压强 p 的量纲为导出量纲。由 Π 定理得出含有未知参数 l 、 t 、 E 和待定参数 λ 的具有普适性和创新性的能量预测模型。

(2)为确定模型中的待定参数 λ ,进行了小型煤尘爆炸性实验设计。测定 10 次爆炸实验,捕捉到最长火焰长度平均值 l_0 、对应的 10 次实验的最长火焰长度出现的时间的平均值 t_0 以及该小型煤尘爆炸中释放能量 E_0 ,得出待定参数 λ 为 0.467,进而得到仅含 l 、 t 、 E 的煤尘爆炸能量预测模型,并给出了 t 的限制条件。

(3)通过分析模型中变量 t 、 E 与变量 l 的函数关系验证了模型的合理性。利用实验实测的 15 组不同时刻 t 的火焰长度 l 检验模型中变量 t 、 l 的幂指关系,拟合方程结果为 l 正比于 t 的 0.400 2 次幂,而模型中 l 正比于 t 的 2/5 次幂,进一步验证了量纲选取的完备性和模型的科学性。从应用前景角度分析,该预测模型计算简单,变量参数少,对煤矿爆炸事故危害评估具有借鉴意义和应用价值。

参考文献：

[1] 金龙哲. 矿井粉尘防治理论[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 45-56.

[2] 李雨成. 矿井粉尘防治理论及技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2015: 23-38.

[3] 蔡周全, 罗振敏, 程方明. 瓦斯煤尘爆炸传播特性的实验研究[J]. 煤炭学报, 2009, 34(7): 938-941.

Cai Zhouquan, Luo Zhenmin, Cheng Fangming. Experimental study on propagation characteristics of gas and coal dust explosion[J]. Journal of Coal, 2009, 34(7): 938-941.

[4] 来诚锋, 段滋华, 张永发. 煤粉末的爆炸机理[J]. 爆炸与冲击, 2010, 30(3): 325-328.

Lai Chengfeng, Duan Zihua, Zhang Yongfa. Explosion mechanism of carbon powder[J]. Explosion and Shock Waves, 2010, 30(3): 325-328.

[5] 李庆钊, 翟成, 吴海进. 基于 20L 球形爆炸装置的煤尘爆炸特性研究[J]. 煤炭学报, 2011, 36(S1): 119-124.

Li Qingzhao, Zhai Cheng, Wu Haijin. Investigation on dust explosion characteristics using 20 L explosion sphere

vessels[J]. Journal of Coal, 2011,36(S1):119-124.

[6] 程磊. 受限空间煤尘爆炸冲击波传播衰减规律研究[D]. 焦作:河南理工大学,2011:79-91.

[7] 张延松. 瓦斯爆炸诱导沉积煤尘爆炸研究[M]. 北京:中国矿业大学出版社,2011:19-31.

[8] 李润之. 瓦斯爆炸诱导沉积煤尘爆炸的数值模拟[J]. 爆炸与冲击,2010,30(5):529-534.

Li Runzhi. Numerical simulation of coal dust explosion induced by gas explosion[J]. Explosion and Shock Waves, 2010,30(5):529-534.

[91] 王新,李润之,张延松. 瓦斯爆炸引起沉积煤尘爆炸传播实验研究[J]. 中国安全科学学报,2009,19(4):73-77.

Wang Xin, Li Runzhi, Zhang Yansong. Experimental study on the propagation laws of gas explosion inducing coal dust explosion[J]. China Safety Science Journal, 2009,19(4):73-77.

[10] 李雨成,刘天奇,陈善乐. 煤质指标对煤尘爆炸火焰长度影响作用的主成分分析[J]. 中国安全生产科学技术, 2015,11(3):40-46.

Li Yucheng, Liu Tianqi, Chen Shanle. Principal component analysis of impact of coal quality index on flame length in coal dust explosion[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2015,11(3):40-46.

[11] Li Yucheng, Liu Tianqi, Chen Shanle. The prediction model research of flame length of coal dust explosion based on coal quality indexes' PCRA[J]. International Journal of Earth Sciences and Engineering, 2014,7(5):1777-1787.

[12] Bridgman P W. Dimensional analysis[M]. New York: Classics Press, 2013:24-31.

[13] 谈庆明. 量纲分析[M]. 北京:中国科学技术大学出版社,2005:48-59.

**An energy prediction model for coal dust explosion
based on dimensional analysis**

Li Yucheng^{1,2}, Liu Tianqi^{1,2}, Zhou Xihua^{1,2}

(1. College of Safety Science and Engineering, Liaoning Technical University,
Fuxin 123000, Liaoning, China;

2. Key Laboratory of Mine Thermo-motive Disaster and Prevention, Ministry of Education,
Liaoning Technical University, Fuxin 123000, Liaoning, China)

Abstract: To assess the coal dust explosive power, we used the dimensional analysis mathematical method to model the prediction of the energy released from coal dust explosion. The basic dimensions selected are those of the distance, the mass and the time, of coal dust explosion's flame propagation. The selected output dimensions are those of explosive energy, the air density and the barometric pressure. According to the dimensional analysis II theorem, we established the energy prediction model with unknown parameters and undetermined parameters, a model that is universally applicable. By carrying out a small-scale coal dust explosion experimental design, we determined the model parameters, and obtained the average maximum flame length of ten times of coal dust explosion, the average maximum flame time, and the released energy. The undetermined parameter was calculated as 0.467. It follows that the prediction model for coal dust explosive energy and its qualification were obtained. Based on our rationality analysis of this model, the experimental measured flame length of 15 different times of coal dust explosion was used to test the power exponent relationship. The test result verifies the completeness of the selected dimensions and the scientific rationality of the prediction model. Using fewer variable parameters, this model simplifies calculations and will provide important reference for explosion hazard assessment.

Keywords: coal dust explosion; energy prediction; dimensional analysis; predicting model

(责任编辑 张凌云)