

# 高压气体冲击流场的数值研究

张福祥 曹从咏

(华东工学院 南京 210014)

**摘要** 本文针对高压气体流动产生强冲击波的特点,利用近年来公认较好的高精度、高分辨率总变差不增(TVD)格式<sup>[1,2]</sup>对圆柱形高压区气体向大气膨胀过程中产生的冲击流场问题进行了数值模拟。数值试验表明,采用高分辨率的 TVD 差分格式能够很好地描述高压气体冲击流场的波系结构,且没有出非物理振荡,对激波的分辨率高。

**关键词** 高压气体 冲击波 数值模拟

## 一、引言

在实际工程问题中,往往会遇到很多高压气体冲击波传播的现象,如空中点爆炸产生的高压气体<sup>[3]</sup>,高压容器的破裂,武器系统的炮口喷出的高温高压气体等等。这类问题的特点是高温高压气体向大气膨胀,使大气受到压缩而形成激波,同时向高压气体中传入一稀疏波。对于这一类问题的数值模拟通常采用一些传统的数值方法,如 Godunov 格式、MacCormack 格式、Muscl 及 PPM 格式等。但是这些数值格式还存在不足之处,如它们或者将激波抹平,或者产生伪振荡。因此,本文采用目前国际上流行的高精度总变差不增(Total Variation Diminishing)格式来更精确地数值模拟其冲击流场的激波系结构,同时分析其流动规律。

## 二、物理模型及基本方程

不失一般性,在本文中我们仅考虑了圆柱形区域内高压气体对地面的冲击流场发展规律。如图1中,1区代表高压区,2区代表环境区。为了便于进行数值模拟,针对上述问题我们假设高压气体与大气均为理想气体,不计粘性且不考虑化学反应等因素,则该问题可用理想的、无粘的二维轴对称流动的欧拉方程来描述。即

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial G}{\partial z} = S \quad (1)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ n \\ e \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} m \\ mu + p \\ mv \\ u(e + p) \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} n \\ nu \\ nv + p \\ v(e + p) \end{bmatrix}; S = -\frac{v}{r} \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ n \\ e + p \end{bmatrix}$$

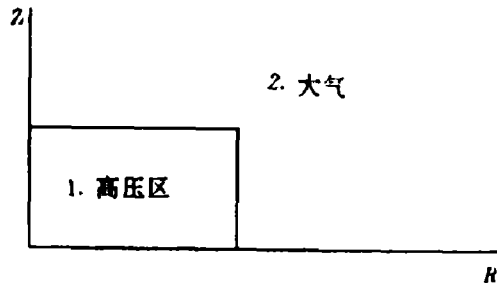


图 1 圆柱形高压区

Fig. 1 Cylindric high pressure region

1. High pressure region, 2. Air

式中:  $p$  为压力,  $\rho$  表示密度,  $u, v$  及  $m = \rho u, n = \rho v$  分别表示  $R$  和  $Z$  方向的速度分量及相应动量分量,  $e$  是单位体积气体的总能量。且有

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (2)$$

这里,  $\gamma$  为比热比。

### 三、数值方法

利用二阶精度的迎风 TVD 格式<sup>[4]</sup>对方程组(1)进行离散化处理,则有

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta r} (\tilde{F}_{i+1/2,j}^n - \tilde{F}_{i-1/2,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta z} (\tilde{G}_{i,j+1/2}^n - \tilde{G}_{i,j-1/2}^n) + \Delta t S_{i,j}^n \quad (3)$$

其中

$$\tilde{F}_{i+1/2,j}^n = \frac{1}{2} [F_{i,j} + F_{i+1,j} + R_{i+1/2,j} \cdot \Phi_{i+1/2,j}] \quad (4)$$

这里,  $R_{i+1/2,j}$  是对应于  $U_{i,j}$  和  $U_{i+1,j}$  的某种平均状态下矩阵  $\partial F / \partial U$  的右特征向量,  $R_{i+1/2,j}^{-1}$  为相应的左特征向量, 其特征值为  $\alpha_{i+1/2,j}^k$  ( $k=1, 2, 3, 4$ )。矢量  $\Phi_{i+1/2,j}$  的元素  $\phi_{i+1/2,j}^k$  为

$$\begin{aligned} \phi_{i+1/2,j}^k &= \sigma(\alpha_{i+1/2,j}^k) \cdot (g_{i+1/2,j}^k + g_{i,j}^k) \\ &\quad - \psi(\alpha_{i+1/2,j}^k + \gamma_{i+1/2,j}^k) \cdot \alpha_{i+1/2,j}^k \end{aligned} \quad (5)$$

$$\psi(z_1) = \begin{cases} |z_1| & |z_1| \geq \delta \\ (z_1^2 + \delta^2) / 2\delta & |z_1| < \delta \end{cases} \quad (6)$$

且式中  $\delta$  为小正数, 通常取值  $0.01 \leq \delta \leq 0.25$ 。

$$\sigma(z_1) = \frac{1}{2} [\psi(z_1) - \frac{\Delta t}{\Delta r} \cdot z_1^2] \quad (7)$$

$$\alpha_{i+1/2,j}^k = (R_{i+1/2,j}^{-1})^k (U_{i+1,j} - U_{i,j}) \quad (8)$$

$$g_{i,j}^k = \minmod(\alpha_{i+1/2,j}^k, \alpha_{i-1/2,j}^k) \quad (9)$$

$$\gamma_{i+1/2,j}^k = \sigma(\alpha_{i+1/2,j}^k) \begin{cases} (g_{i+1,j}^k - g_{i,j}^k) / \alpha_{i+1/2,j}^k & \text{当 } \alpha_{i+1/2,j}^k \neq 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

式中  $(R_{i+1/2,j}^{-1})^k$  为左特征向量  $R_{i+1/2,j}^{-1}$  的第  $k$  个行向量。关于函数  $\minmod(x, y)$  的定义如下

$$\minmod(x, y) = \text{sgn}(x) \cdot \max\{0, \min[|x|, y \cdot \text{sgn}(x)]\} \quad (11)$$

由式(5)~(11)代入式(4)中可求出  $\tilde{F}_{i+1/2,j}^n$  的值, 同样我们推出  $\tilde{G}_{i,j+1/2}^n$  的表达式。

### 四、初始条件及边界条件

认为高压区内各物理量是均匀的, 其内各网格点上的流动参量按已知条件给定, 并且认为大气区是静止的。这样我们可以确定初始条件。

边界条件的处理如下: 如图 2 所示为计算网格图。在固壁边界上有  $v=0, n=0$ , 且由法向动量方程知  $\partial p / \partial z = 0$ 。利用单边差分公式得

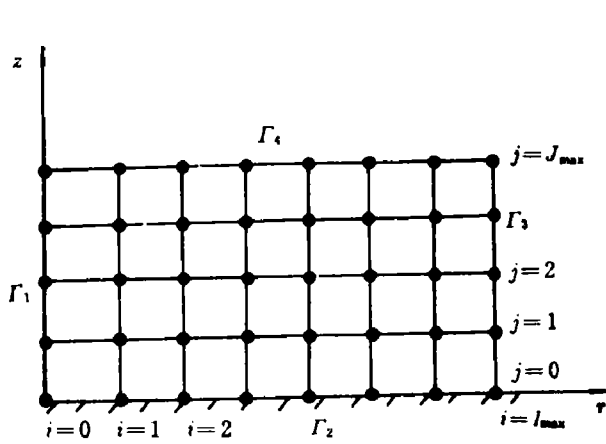


图2 计算网格图

Fig. 2 The computational grids

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{j=0} = \frac{-3p_{i,0} + 4p_{i,1} - p_{i,2}}{2\Delta z} + O(\Delta z^2) \quad (12a)$$

故,

$$p_{i,0} = \frac{1}{3}(4p_{i,1} - p_{i,2}) \quad (12b)$$

在对称轴  $z$  上有  $u=v=0, \partial p/\partial r=0$ 。对于外边界  $\Gamma_3$  及  $\Gamma_4$  可取为大气条件(当计算域足够大时)。

### 五、数值结果与讨论

文中我们计算了圆柱形高压气体冲击流场问题,取高压区与大气的压力、温度之比分别为  $p_1/p_2=42.0, T_1/T_2=7.0$ ,

$u_1=v_1=u_2=v_2=0.0$ 。在上述符号中的下标“1”表示高压区气体,“2”代表大气,其计算区域为  $4.0 \times 4.0$ ,空间步长  $\Delta z = \Delta r = 0.08$ ,网格数为  $50 \times 50$ 。所有的计算均在 AST386 微机上完成的。如图 3—图 6 分别是在不同时刻的等压力图、等密度图及地面上的压力分布。图 7 是在不同时刻的地面压力分布曲线。由上述压力、密度的分布图中可以看出激波向大气中的传播规律以及稀疏波向高压区的传播和遇对称轴的反射;从密度图中看到密度间断;又由压力分布曲线可以看出,当中心附近压力较低时,产生了一个向回传播的激波。这些结论与物理现象十分吻合,可见文中所采用的高精度 TVD 格式能够较好模拟该冲击流场,且对激波的分辨率较高。

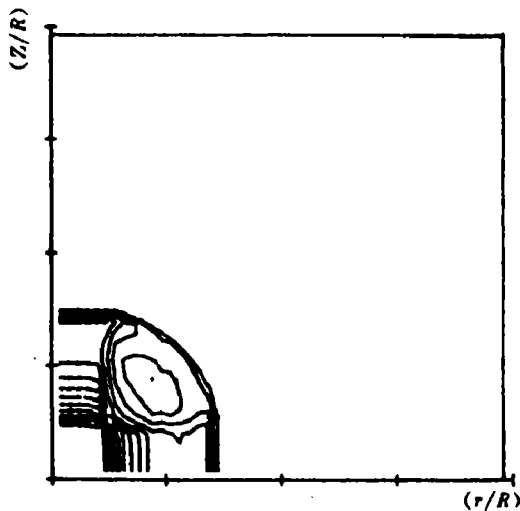


图 3.1  $t=0.16184$  时的等压图

Fig 3.1 Isobar contour at  $t=0.16184$

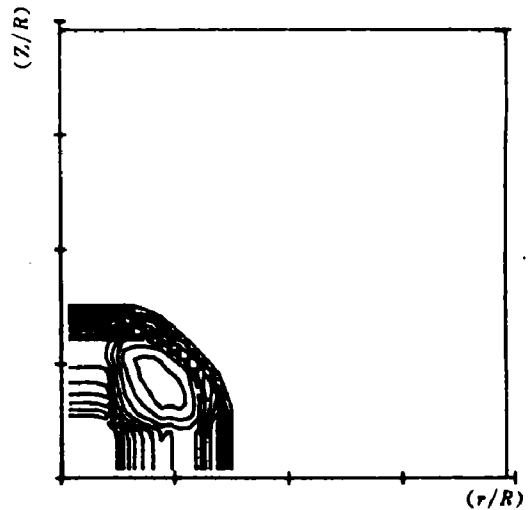


图 3.2  $t=0.16184$  时等密度图

Fig 3.2 Isopycnal contour at  $t=0.16184$

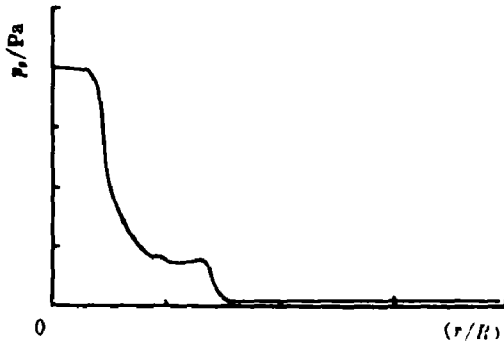


图 3.3  $t=0.16184$  时地面的压力分布曲线  $(p_s)_{\max}=42.0 \text{ Pa}$   
 Fig 3.3 The pressure distribution curve on the ground at  $t=0.16184$   $((p_s)_{\max}=42.0 \text{ Pa})$

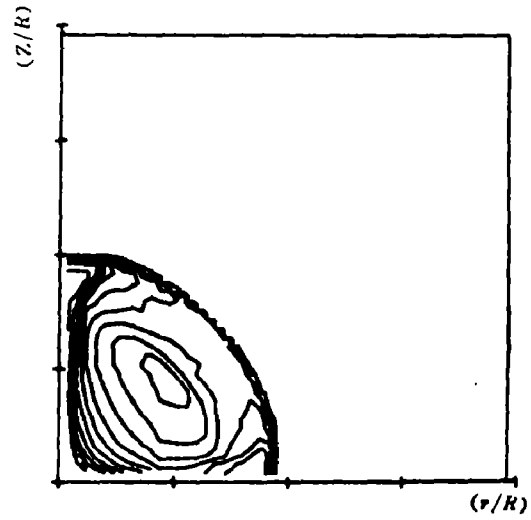


图 4.1  $t=0.30388$  时等压图  
 Fig. 4.1 Iso-bar contour at  $t=0.30388$

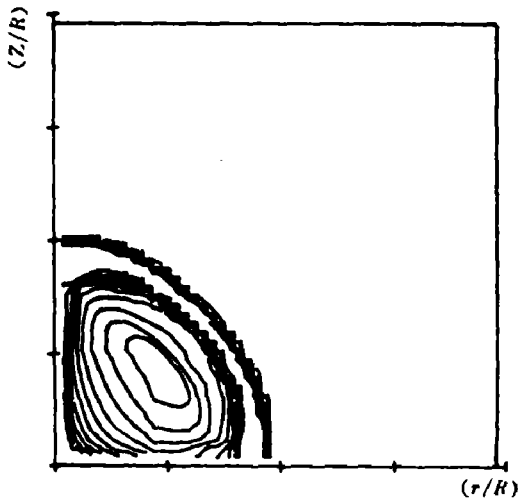


图 4.2  $t=0.30388$  时等密度图  
 Fig 4.2 Isopycnal contour at  $t=0.30388$

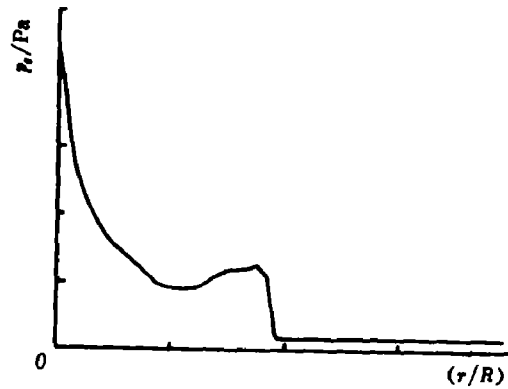


图 4.3  $t=0.30388$  时地面压力分布曲线  $((p_s)_{\max}=27.265 \text{ Pa})$   
 Fig 4.3 The pressure distribution curve on the ground at  $t=0.30388$   $((p_s)_{\max}=27.265 \text{ Pa})$

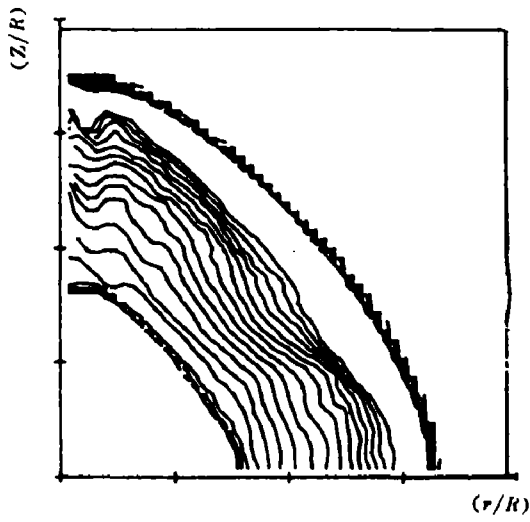


图 5.1  $t=0.8087$  时等压图  
Fig 5.1 Iso-bar contour at  $t=0.8087$

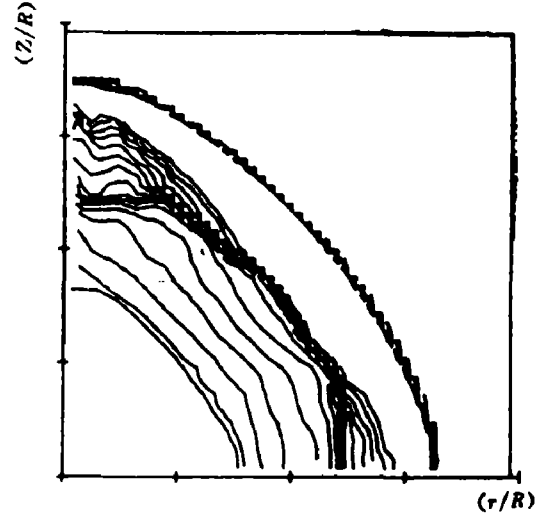


图 5.2  $t=0.8087$  时等密度图  
Fig 5.1 Isopycnal contour at  $t=0.8087$

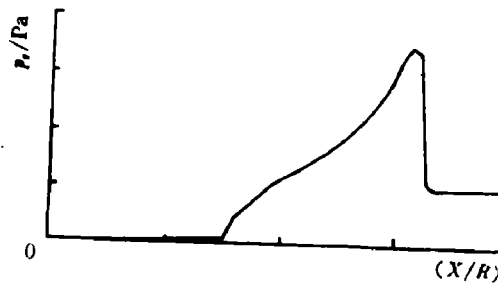
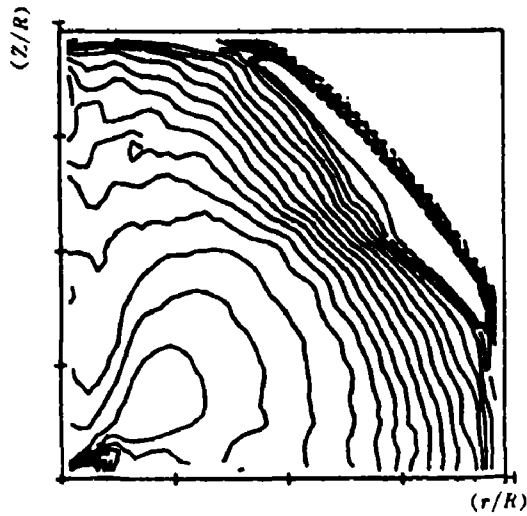
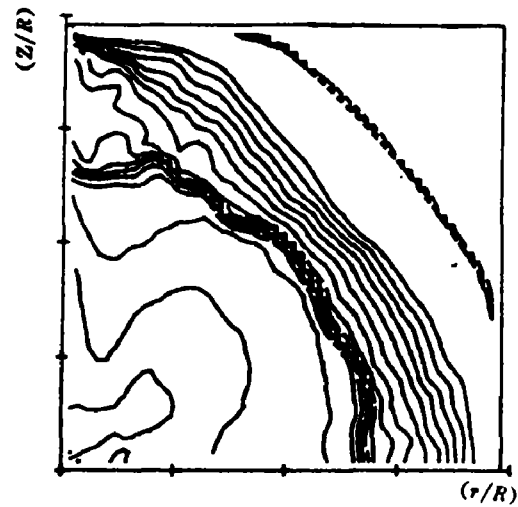
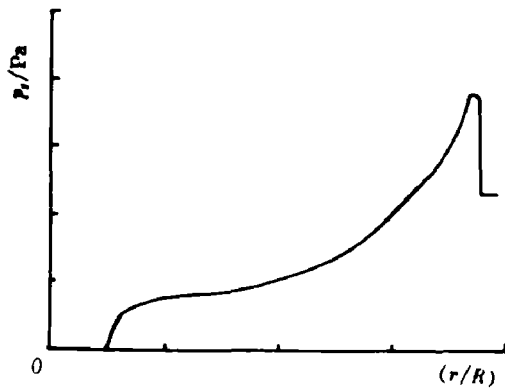
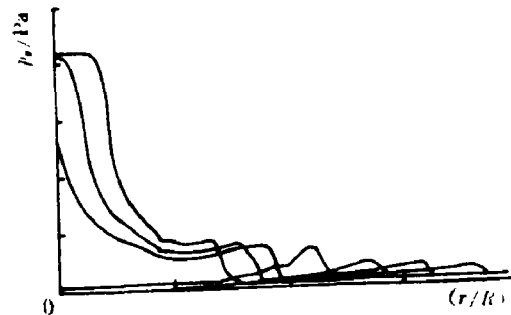


图 5.3  $t=0.8087$  时地面压力分布曲线  
(( $p_r$ )<sub>max</sub> = 3.4998 Pa)  
Fig 5.3 The pressure distribution curve on the ground at  $t=0.8087$   
(( $p_r$ )<sub>max</sub> = 3.4998 Pa)

图 6.1  $t=1.3042$  时等压图Fig 6.1 Iso-bar contour at  $t=1.3042$ 图 6.2  $t=1.3042$  时等密度图Fig 6.2 Isopycnal contour at  $t=1.3042$ 图 6.3  $t=1.3042$  时地面的压力分布  
曲线 ( $(p_s)_{\max} = 2.337 \text{ Pa}$ )Fig 6.3 The pressure distribution curve  
on the ground at  $t=1.3042$   
( $(p_s)_{\max} = 2.337 \text{ Pa}$ )图 7 在不同时刻地面压力分布曲线  
( $N=10, 20, 40, \dots$ )Fig 7 The pressure distribution curve  
on the ground at different  
time ( $N=10, 20, 40, \dots$ )

## 参 考 文 献

- [1] Yee H C, Warming R F, Harten A. J Comput. Phys, 1985, 57, 327-360
- [2] Carofano G C. Blast Computation Using Harten's Total Variation Diminishing Scheme, AD-A148141, 1984
- [3] 北京大学爆炸波计算组, 地面上一团均匀高压半球形气体造成的激波与气流. 1977
- [4] Yee H C. On Symmetric and Upwind TVD Schemes, NASA. TM-86842

## NUMERICAL STUDIES OF HIGH PRESSURE GAS SHOCKED FLOW FIELD

Zhang Fuxiang Cao Chongyong

(East China Institute of Technology, Nanjing 210014)

**ABSTRACT** In this paper, according to the character of strong shock wave generated by the expansion flow of high pressure and high temperature gases, the shocked flow field produced by the expansion flow of high pressure gases from cylindrical region has been numerically simulated. The numerical results show that TVD scheme can fairly describe the shocked flow field structure, and has high resolution for shock wave.

**KEY WORDS** high pressure gas, shock wave, numerical simulation