**文章编号**: 1001-1455(2005)03-0260-05

# 并行冲击/侵彻有限元数值模拟技术*

任 波,王 乘

(华中科技大学力学系工程计算与仿真研究所,湖北 武汉 430074)

**摘要**:探讨了冲击/侵彻问题涉及到的非线性材料模型、接触搜索算法、接触力计算公式、破坏模式等理论和算法,介绍了基于集群并行计算机的有限元法并行化基本思路和方法。应用实例表明本文中提出的有限元计算格式和并行化方法能够有效求解冲击/侵彻问题。

**关键词**:爆炸力学;冲击/侵彻;并行有限元法;集群;接触算法

**中图分类号**: O385 **国标学科代码**: 130·3530 **文献标志码**: A

## 1 引 言

从 20 世纪 60 年代,美国等国家就开始投入资金进行冲击/侵彻研究,取得了很多有益的研究成果[1~2],并开发出了一些适用于求解这类问题的有限元分析软件,如 HEMP-3D 和 DYNA 系列[2]、TOODY 和 HONDO、EPIC 系列等。

从 80 年代开始,随着并行计算机的出现,并行有限元法为提高计算效率、扩大计算规模提供了新的思路。并行有限元的基本策略和算法随着并行机结构的变化而不同。周树荃等[3]系统地论述了适合于向量处理机(PVP)的并行有限元方程组形成和求解的计算格式和并行程序处理技术。K. Brown 等[4]基于大规模并行处理机系统(MPP),提出了求解固体大变形数值模拟的并行化策略。集群(cluster)并行计算机具有开放性强,可扩展性好等特点,是目前高性能计算领域的研究热点,B. H. V. Topping [5]比较系统地介绍了基于集群的并行有限元法的基本思路和主要研究领域。

## 2 基本理论与算法

### 2.1 冲击/侵彻系统中的材料模型

#### 2.1.1 具有破坏特性的弹塑性材料模型

冲击/侵彻过程一般来说是一个带破坏的大位移、大变形弹塑性问题,为了适合冲击过程中的超压流动,下面采用增量方法,使用 Jaumann 应力率[6]来构造材料本构模型。

在研究高速冲击/侵彻问题时,通常认为材料在应力偏量 $S_{ij}$ 达到一适当值时发生塑性屈服,并且屈服现象同压力 $p$ 无关,因此一般将应力 $\sigma_{ij}$ 分解为应力偏量 $S_{ij}$ 和压力 $p$ 两个部分

$$S_{ij}=\sigma_{ij}+p\delta_{ij} \tag{1}$$

$$p=-\frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}=-\frac{1}{3}\sigma_{kk} \tag{2}$$

在增量的形式下应力 $\sigma$ 可以表示为

$$\sigma_{ij}(t+\mathrm{d}t)=\sigma_{ij}(t)+\dot{\sigma}_{ij}\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

$$\dot{\sigma}_{ij}=\sigma_{ij}^{\nabla}+\sigma_{ik}\Omega_{kj}+\sigma_{jk}\Omega_{ki} \tag{4}$$

$$\sigma_{ij}^{\nabla}=C_{ijkl}^{\mathrm{ep}}\dot{\varepsilon}_{kl}^{\mathrm{e}} \tag{5}$$

式中:$\mathrm{d}t$是时间增量;$\dot{\sigma}_{ij}$ 是应力随时间的变化率;$\Omega_{ij}$ 是转动率张量;$\sigma_{ij}^{\nabla}$ 是Jaumann应力变化率;$C_{ijkl}^{\mathrm{ep}}$ 对于

* **收稿日期**: 2004-07-23; **修回日期**: 2005-01-10

**作者简介**: 任 波(1973— ),男,博士后。

于非线性材料在整个求解过程中不是定值，而是材料参数、材料当前应力水平的函数[6]；$\dot{\varepsilon}_{kl}^{e}$是弹性变形率张量。

当材料进入屈服时，应用 Von Misses 屈服准则，可得等向强化弹塑性模型的屈服条件

$$\Phi=\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}-\sigma_{Y}^{2}=0 \tag{6}$$

$$\sigma_{Y}=\sigma_{0}+E_{p}\varepsilon_{eff}^{p} \tag{7}$$

式中：$\sigma_0$是初始屈服强度，由实验确定；而后一项则表明屈服强度 $\sigma_Y$与塑性强化模量 $E_p$ 和等效塑性应变 $\varepsilon_{eff}^{p}$的关系。塑性强化模量 $E_p$ 可由弹性模量 $E$ 与线性硬化模量 $E_t$ 确定

$$E_{p}=\frac{EE_{t}}{E+E_{t}} \tag{8}$$

在计算模型中，将(6)式作为判断准则，一旦材料发生屈服，即当

$$\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}-\sigma_{Y}^{2}>0 \tag{9}$$

时，则要进行应力偏量与屈服面的修正，使(6)式成立。这个修正过程采用增量迭代算法来进行。设 $n$ 状态 $S_{ij}^{n}$与 $\varepsilon_{ij}^{p,n}$的值使(9)式成立，在 $n+1$ 状态，定义塑性应变增量

$$\Delta\varepsilon_{eff}^{p}=\frac{\left(\frac{3}{2}S_{ij}^{n}S_{ij}^{n}\right)^{\frac{1}{2}}-\sigma_{Y}^{n}}{3G+E_{p}} \tag{10}$$

可得塑性偏量与应力偏量

$$\varepsilon_{eff}^{p,n+1}=\varepsilon_{eff}^{p,n}+\Delta\varepsilon_{eff}^{p} \tag{11}$$

$$S_{ij}^{n+1}=S_{ij}^{n}-\frac{3G\Delta\varepsilon_{eff}^{p,n}}{\left(\frac{3}{2}S_{ij}^{n}S_{ij}^{n}\right)^{\frac{1}{2}}}\varepsilon_{ij}^{n} \tag{12}$$

将 $\varepsilon_{eff}^{p,n+1}$与 $S_{ij}^{n+1}$代入(6)式和(7)式，检查(6)式是否成立，如不成立，则进一步迭代，直至(6)式满足。

高速冲击问题常常伴随着破坏现象，本文的计算模型中定义了两个破坏极限：$\varepsilon_f^p$为材料所能承受的最大塑性应变，当(11)式求得的等效塑性应变超过 $\varepsilon_f^p$时材料破坏；$\sigma_f$为材料所能承受的最大破坏拉应力，当最大拉应力超过 $\sigma_f$时材料破坏。

### 2.1.2　JWL 状态方程

在冲击过程有限元模拟中经常涉及到炸药起爆过程的计算。JWL 状态方程是专为描述炸药等含能材料爆炸时的压力特性而设定的一种状态方程，其压力表达式为

$$p=A\left(1-\frac{\omega}{R_1V}\right)\mathrm{e}^{-R_1V}+B\left(1-\frac{\omega}{R_2V}\right)\mathrm{e}^{-R_2V}+\frac{\omega E_0}{V} \tag{13}$$

式中：$V$ 是体积变化，$A$、$B$、$\omega$、$R_1$、$R_2$、$E_0$ 均是材料常数。

## 2.2　主/从滑移面算法

主/从滑移面接触算法是广泛使用的接触算法[2]。主/从滑移面算法首先预先将潜在的接触面对分为主面和从面，然后将主面上的面元与从面上的节点之间的几何关系作为穿越判据。主/从滑移面接触搜索算法可以分为接触搜索和接触力计算两部分，其中接触搜索算法一般来说可以分为 3 步：(1) 全局搜索算法，确定跟从面节点距离最近的主面节点，建立节点对；(2) 局部搜索，根据主/从面上距离最近的节点对，从所有跟主面节点有关联的主面面元中，搜索跟从面节点距离最近的主面面元；(3) 计算从面节点在主面面元上的潜在接触点，确定接触方向。

前面确定了接触力的位置和方向，根据罚函数法，在从面面元接触点位置将产生一个作用在面元上的力

$$F_{P}=-dn\frac{fKA^{2}}{V} \tag{14}$$

式中：$f$ 是给定系数，一般取值 0.1；$K$ 是从面面元所属材料的体积模量；$A$ 是面元的面积；$V$ 是面元所属单元的体积。

## 3 有限元法并行处理技术

在高性能数值计算领域，基于分布式内存的集群并行计算机越来越引起人们的注意，是目前高性能计算领域的研究热点。基于集群计算机的并行有限元法的基本思想是将一个大规模的不利于集中处理的计算域分解为一些小的，便于处理的计算子域。然后将这些子域映射到分布式计算环境中各个独立的处理器中并行进行处理。它有两项关键技术：域分解技术(domain decomposition)和消息传递技术(message passing)。

### 3.1 域分解技术

一个具有单元集 $E$ 和节点集 $N$ 的有限元计算网格可以表示为 $M=(E,N)$。域分解过程将它化分为有限个子网格 $M_i=(E_i,N_i)$。因为域分解是集群并行有限元法实现的基础，所以在域分解过程中必须考虑并行计算中的负载均衡和降低通信量的问题。域分解算法的这两大主要指标可以表示为：

(1) 各个子网格中的单元集 $E_i$ 必须满足

$$E_1=E_2=\cdots=E_n \tag{15}$$

上式意味着各个子网格的单元数量要尽量相等，从而使并行系统中各个计算节点在进行并行计算分析时达到负载均衡。

(2) 各个子网格中的节点集 $N_i$ 必须满足

$$TN_{\mathrm{inter}}=\min\sum_{1}^{n(n-1)/2}N_{ij} \tag{16}$$

上式意味着子网格间的联系节点数量要最少，从而减少并行分析过程中并行系统中处理器间数据交换量。

一个有效的域分解方法必须尽量满足上述两大指标。

### 3.2 消息传递技术

基于集群的并行计算环境一般采用消息传递机制进行并行程序开发。目前已经有很多科研和商用的消息传递系统。其中最普遍使用的消息传递系统有两种：PVM(parallel virtual machine)和 MPI(message passing interface)[7]。

MPI 是为编写消息传递程序而开发的广泛使用的标准，该接口为消息传递建立了一个实际的、可移植的、有效的和灵活的标准。MPI 旨在创建一种标准的消息传递界面。本文中基于 MPI 构建并行有限元分析系统。

## 4 应用实例

### 4.1 弹靶斜侵彻过程数值模拟

算例模拟一尖头钢质长杆弹以 45°的倾角撞击中厚度钢质装甲板的动态过程。弹与靶的初始几何构型和相对位置如图 1 所示，弹、靶的材料参数如表 1 所示。

**表 1 弹和靶的材料参数**

**Table 1 Material properties of projectile/target plate**

| 部件 | $\rho$/(kg/m$^3$) | $G$/GPa | $K$/GPa | $\sigma_Y$/MPa | $E_t$/GPa | $\varepsilon_f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 弹 | 7 805 | 80.19 | 163.3 | 2.586 | 0.1 | 0.85 |
| 靶板 | 7 805 | 78.33 | 191.5 | 1.103 | 0.1 | 1.00 |

算例中，弹的初速为 1 646 m/s，速度的方向与弹轴的方向一致。计算结果表明，弹体撞击靶板初期($T\leqslant 20\ \mu$s)是因塑性流动而产生的开坑过程，随着塑性流动的不断积累，弹体和靶板在接触区域的单元

塑性应变达到相应的临界值，从而逐渐被侵蚀，直至靶板被完全穿透，图 2 给出了过弹后靶体的正反两面外貌。通过与实验结果对比，靶体上出入口直径的误差不到 8%，弹体的剩余长度的误差不大于 9%。

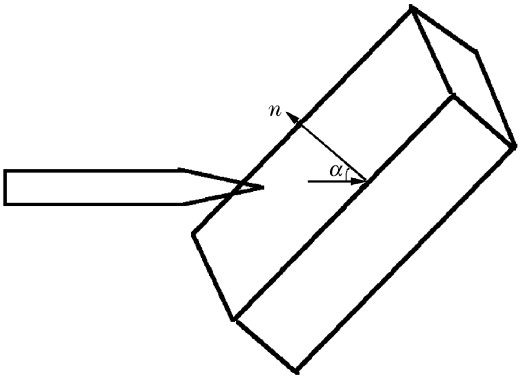


图 1 弹靶几何构型

Fig. 1 Construction of projectile/target plate

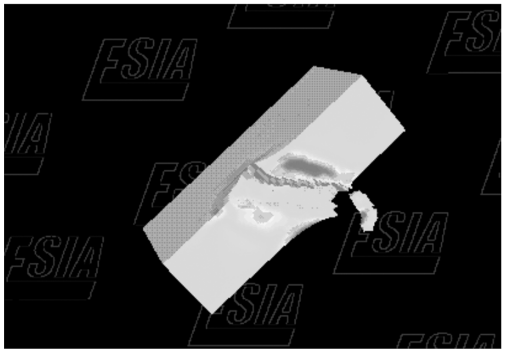

图 2 弹过靶后形状图

Fig. 2 Final deformed shape of the plate

### 4.2 弹靶侵彻并行计算的并行性能评估

通过对上述描述的计算模型进行并行有限元分析，并对分析结果和计算时间进行统计，能够对并行冲击/侵彻有限元分析系统的并行性能进行评估。本节讨论的并行有限元分析系统并行性能是在中国高性能计算中心(武汉)的曙光 3 000 集群计算机上进行弹靶侵彻过程计算结果基础上进行讨论的。

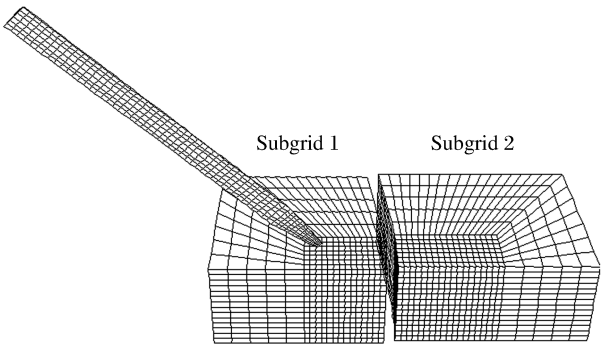


图 3 2-子域分解网格图

Fig. 3 2-subdomain decompose

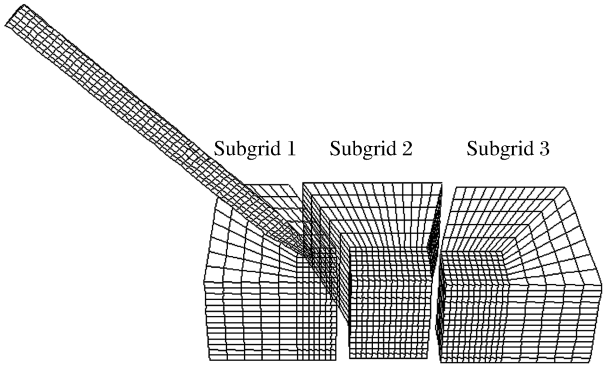


图 4 3-子域分解网格图

Fig. 4 3-subdomain decompose

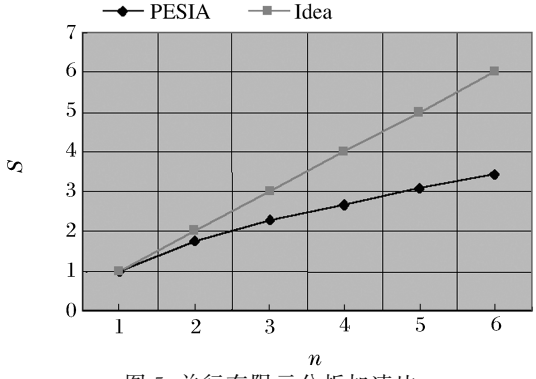


图 5 并行有限元分析加速比

Fig. 5 The speed-up of parallel finite element analysis

将计算网格分别分解为 2、3、4、5、6 个计算子域，每个计算子域代表了一个计算节点，这样得到的 2、3 计算子域分解后的计算网格如图 3、图 4 所示。加速比是评价一个并行系统并行性能的最重要的指标，为了统计得到并行有限元系统的加速比，通过对 5 次并行计算分析占用的计算时间进行统计分析，可以得到并行有限元系统的并行加速比如图 5 所示。

## 5 结 论

冲击/侵彻过程是涉及到材料非线性、几何非线性、边界条件非线性的动态过程,针对该问题进行有限元分析理论和算法的研究,具有重大的理论和实践意义。集群并行计算机作为新兴的高性能计算平台能够大大的提高有限元计算分析的效率。

## 参考文献:

[1] Bajer A, Demkowicz L. Dynamic contact/impact problems, energy conservation, and planetary gear trains[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002,191:4159－4191.

[2] Hallquist J O. DYNA3D Course notes[R]. UCID-29 899, 1987.

[3] 周树荃,梁维泰,邓绍忠.有限元结构分析并行计算[M].北京:科学出版社,1997.

[4] Brown K, Attaway S, Plimpton S, et al. Parallel strategies for crash and impact simulations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000,184:375－390.

[5] Topping B H V. Parallel and distributed processing for computational mechanics: System and tools[M]. Edinburgh: Sax-Coburg Publications, 1999.

[6] Belyschko T, Lin W K, Moran B. Nonlinear finite elements for continna and structures[M]. Chichester: John Wiley & Sons,1998.

[7] Gropp W, Lusk E. Installation and user's guide for mpich, a portable implementation of MPI[R]. Argonne National Laboratory, ANL-01/x, 2001.

# Parallel impact/penetration finite element method simulation techniques

REN Bo*, WANG Cheng

(*Huazhong University of Science & Technology, Wuhan* 430074, *Hubei, China*)

**Abstract**: Impact/penetration process is nonlinear dynamic problem with failure. Theories and algorithms related to that process such as nonlinear material constitute model, contact algorithm, material failure pattern etc are formulated. The basic idea and methods for cluster-based parallel finite element method are explored. The application sample illustrate that the proposed equations and parallel idea are effectively to analyze impact/penetration problem.

**Key words**: mechanics of explosion; parallel FEM; impact/penetration; cluster; contact algorithm

* Corresponding author: REN Bo
E-mail address: fibin@263.net
Telephone: 027-87543538