**文章编号**：1001-1455(2006)03-0214-08

# 冲击载荷作用下裂纹动态响应的数值模拟*

胡柳青，李夕兵，龚声武
（中南大学资源与安全工程学院，湖南 长沙 410083）

**摘要**：对垂直、剪切以及斜向等各种冲击载荷作用下裂纹的动态响应进行了数值模拟，得到了一系列随时间变化的动态应力场以及应变场图；根据其定义，计算出了相应的动态应力强度因子，进而分析了斜向载荷作用下裂纹起裂情况，并对最优断裂问题进行了阐述。

**关键词**：爆炸力学；动态应力强度因子；数值模拟；裂纹；最优断裂；冲击载荷
**中图分类号**：O383.2；TD235　　**国标学科代码**：130・3520　　**文献标志码**：A

## 1 引 言

岩石材料天然的复杂性以及冲击载荷作用带来的两类动态效应，使岩石动力特性的研究逐渐从宏观层面转移到细观、微观层面[1~2]。而裂纹的动态响应是研究岩石细观动态响应的关键之一，也是断裂动力学或动态断裂力学所要研究的对象[3]。

到目前为止，在理论和数值模拟方面，裂纹受应力波垂直冲击或剪切冲击作用的研究已有很大的进展。许多研究者[4~6]从断裂力学角度出发，对各种形状裂纹的动态应力强度因子分别在时域和频域上进行了研究。S. A. Thau 等[7]得到了应力强度因子的解析数值结果，FAN Tian-you 等[8]用有限元分析并得到了相似的结果。而对于应力波斜入射作用于裂纹的研究，仅 G. C. Sih 等[9]对应力波在裂纹尖端产生散射波等方面进行了研究，但他们没有考虑到应力脉冲作用时间的影响。LI Xi-bing 等[10]曾对有限尺寸裂纹在平面拉伸脉冲矩形波斜入射作用时由入射波与反射波在裂纹表面附近叠加而产生的应力场进行了分析研究，并构造出了计算动态应力强度因子的近似表达式。

本文中对各种冲击载荷作用下裂纹的动态响应进行了数值模拟研究，不但验证了理论分析的可行性，而且得到了更详尽、更精确的结果；并在此基础上分别得出了相应的起裂角，从而对在应力脉冲作用下最优断裂的问题进行了探讨。

## 2 垂直或剪切冲击载荷作用下裂纹的动态响应

试件模型如图 1 所示，其几何尺寸和材料常数为：$2L=100$ mm，$2a=20$ mm，厚度 $T=2.5$ mm，$E=70$ GPa，$\nu=0.3$，$\rho=2.6$ g/cm$^3$。采用多线性随动强化(MKIN)方法近似表示材料的应力-应变曲线，如图 2 所示。

设 $t=0$ 时板上下表面受均布阶跃拉伸应力作用，其应力加载如图 3 所示。

利用对称性，取试件的四分之一进行计算，有限元网格如图 4 所示。裂纹尖端单元采用退化的 20 节点棱柱形等参元。时间步长 $\Delta t=1$ μs，外载幅值 $\sigma=20$ MPa。计算按平面应变处理。

图 5 记录了裂纹面上节点和裂尖前不远处节点的 $y$ 方向应力随时间变化的关系图，其中裂纹面节点坐标为(−1,0)，裂尖坐标为(0,0)，裂尖不远处节点坐标为(0.8,0)。

同样，受剪切冲击载荷作用时，即在 $t=0$ 时，板左下半表面与右上半表面同时受均布阶跃拉伸应力

* **收稿日期**：2005-01-10；**修回日期**：2005-12-02
**基金项目**：国家自然科学基金项目(10472134,50490272)
**作者简介**：胡柳青(1976— )，男，博士。

$\sigma$ 的作用，使其呈反对称加载模式。利用反对称性，取试件的四分之一进行计算，有限元网格如图 4 所示。裂纹尖端单元采用退化的 20 节点棱柱形等参元。时间步长 $\Delta t=1$ μs，外载幅值 $\sigma=20$ MPa。如果要达到纯剪切的状态，就必须对板的上下表面加以约束。

图 6 是裂纹面节点和裂尖不远处节点在 $x$ 方向的应力随时间变化关系，其中裂纹面节点坐标为(−1,0)，裂尖坐标为(0,0)，裂尖不远处节点坐标为(0.8,0)。

图 7、8 分别是有限尺寸裂纹在垂直拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应力场与应变场随时间变化的系列图(以下等值线图中所有应力的单位均为 Pa)。图 9、10 分别是剪切冲击下 $x$ 方向应力场与应变场随时间变化的系列图。

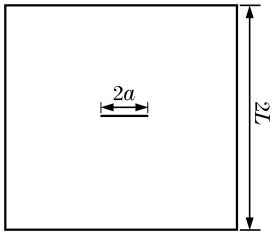


图 1 试件几何尺寸

Fig. 1 The scheme of model

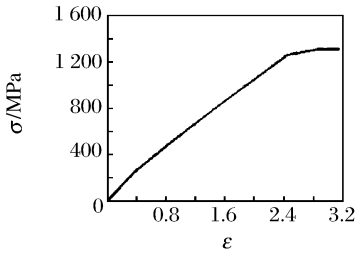


图 2 典型应力-应变关系图

Fig. 2 The typical relation of stress and strain

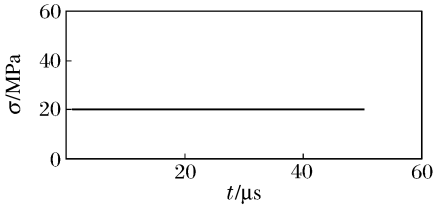


图 3 应力加载图

Fig. 3 The scheme of loading stress

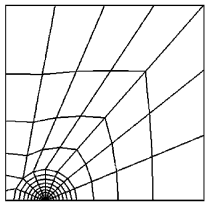

图 4 有限元网格划分

Fig. 4 The grid in finite element method

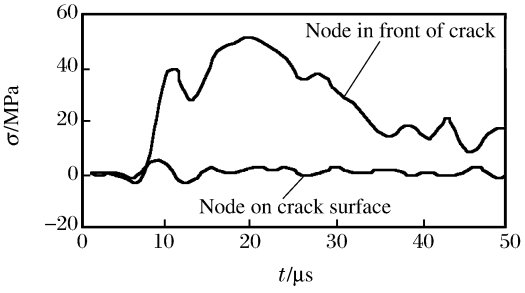


图 5 $y$ 方向的应力随时间变化图

Fig. 5 Variation of stress at $y$ direction

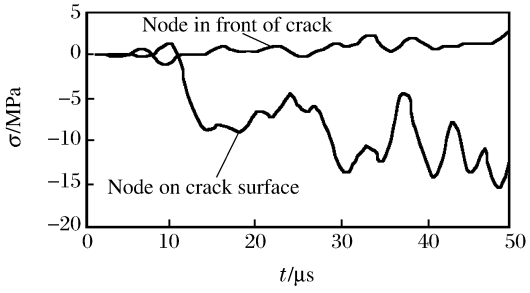


图 6 $x$ 方向的应力随时间变化图

Fig. 6 Variation of stress at $x$ direction

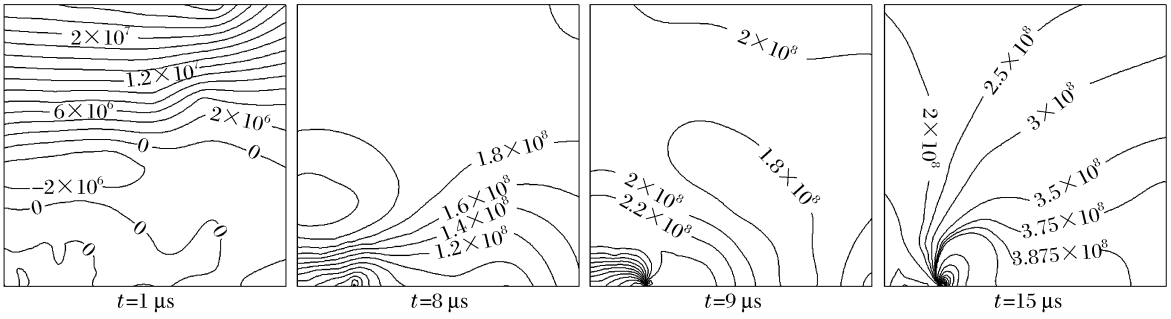


图 7 有限尺寸裂纹在垂直拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应力场随时间变化系列图

Fig. 7 Variation of stress field at $y$ direction induced by normal impulse loading

然后根据应力强度因子的计算公式，只要记录了每一迭代步中的应力应变数据，并选择计算路径，便能方便地计算出动态应力强度因子随时间变化的关系，如图 11 所示。

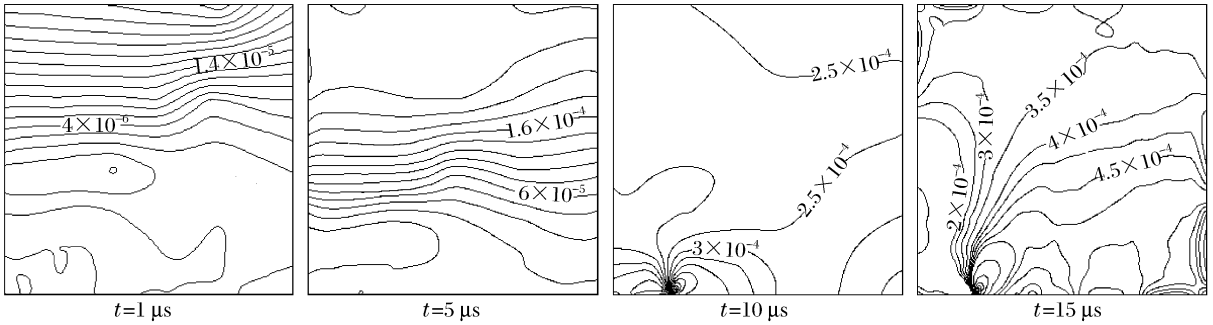


图 8 有限尺寸裂纹在垂直拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应变场随时间变化系列图

Fig. 8 Variation of strain field at $y$ direction induced by normal impulse loading

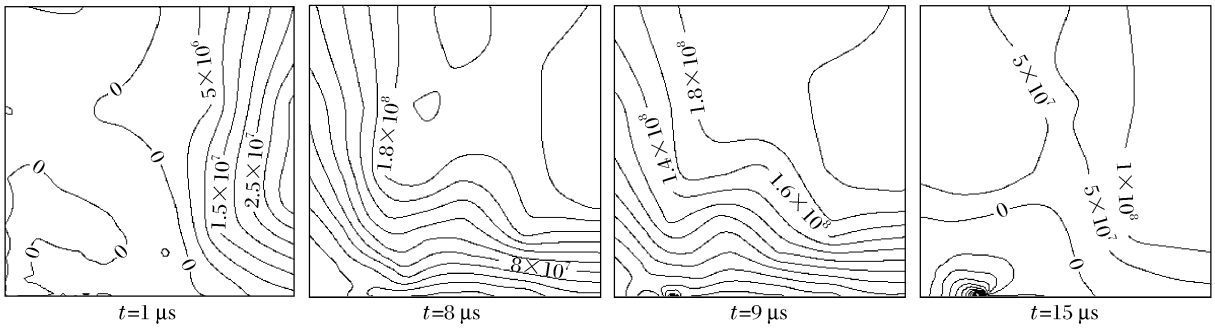


图 9 有限尺寸裂纹在剪切拉伸冲击载荷作用下的 $x$ 方向应力场随时间变化系列图

Fig. 9 Variation of stress field at $x$ direction induced by shear impulse loading

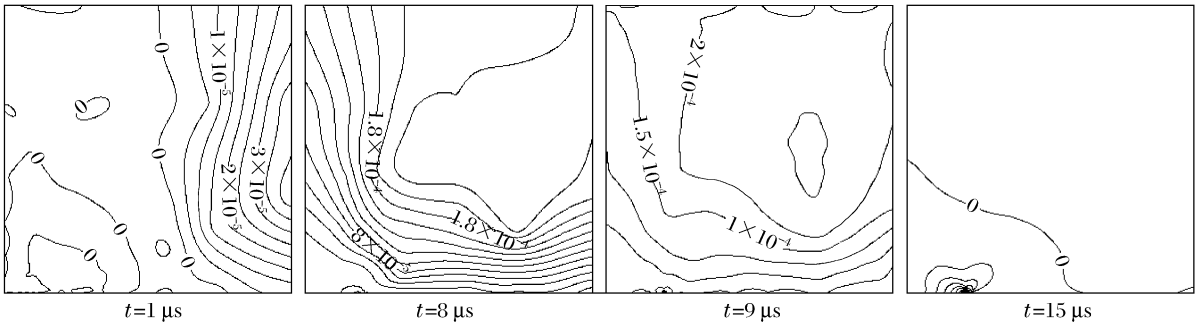


图 10 有限尺寸裂纹在剪切拉伸冲击载荷作用下的 $x$ 方向应变场随时间变化系列图

Fig. 10 Variation of strain field at $x$ direction induced by shear impulse loading

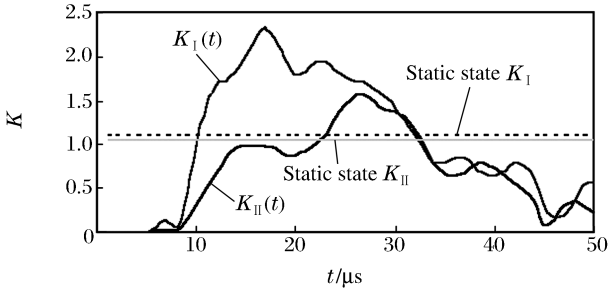


图 11 各种应力强度因子随时间变化的关系图

Fig. 11 Variation of all kinds of stress intensity factors

## 3 斜入射脉冲载荷作用下裂纹的动态响应

由于模型的非对称性，斜入射脉冲载荷作用下裂纹动态响应的数值模拟必须采用整体分析，同时，对于内部裂纹的设置，只能采取有一定体积的裂纹实体。该试验模型的几何尺寸如图 12 所示。为了较准确地表示出裂纹尖端的效应，裂纹是由两段对称的圆弧面合围而成，圆弧面的跨度为 $2a$、圆弧高度为 $b$、裂纹长轴与 $x$ 轴正方向的夹角为 $\theta$，三者都可以改变。其材料常数为：$2L = 100$ mm，$2a =$

20 mm，厚度 $T=2.5$ mm，$b=1\sim9$ mm，$\theta=0°\sim90°$，$E=70$ GPa，$\nu=0.3$，$\rho=2.6$ g/cm$^3$，材料的本构关系仍采用如图 2 所示的非线性应力-应变关系。设 $t=0$ 时板上下表面受均布阶跃拉伸应力 $\sigma$ 的作用，其应力加载如图 3 所示。

由于模型的非对称性，采用整体分析。对模型的下表面加以固定约束。有限元网格划分时，由于一个表面区域只能有一个应力集中点，且只需对其中一个做出分析，因而其网格划分如图 13 所示，裂纹尖端采用退化的 20 节点棱柱形等参元。裂纹尖端区域节点编号如图 14 所示。时间步长 $\Delta t=1$ μs，外载幅值 $\sigma=20$ MPa。计算按平面应变处理。

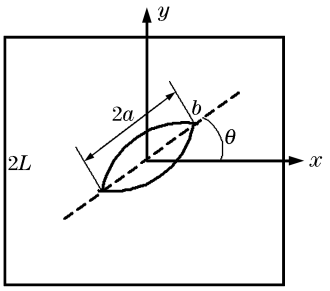


图 12 几何尺寸图

Fig. 12 The scheme of model

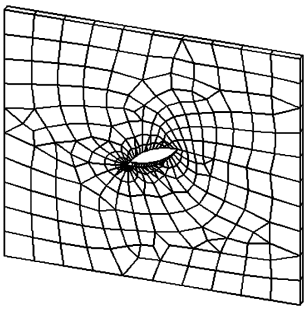

图 13 有限元网格划分

Fig. 13 The grid of FEM

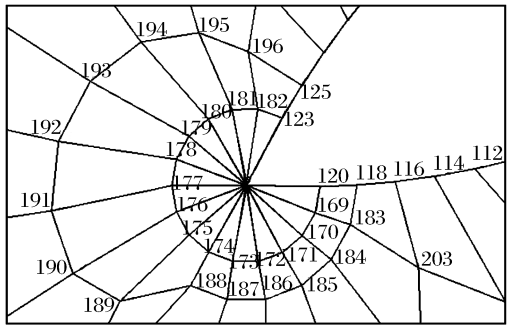


图 14 裂纹尖端区域节点编号

Fig. 14 The number of node near the crack tip

以 $b=3$ mm，$\theta=30°$为例，图 15～16 分别记录了裂纹尖端区域里节点 174、节点 177 以及裂纹面上节点 118 与节点 123 在 $x$ 方向与 $y$ 方向的应力随时间而变化的关系图。

由图 15、16 可知，因为节点 174 处于裂纹尖端的下方，其 $x$ 方向的应力在应力波第一次到达时为正，随后由于应力波的反射与叠加而变为负，最后在负值里面波动；而其 $y$ 方向的应力则随应力波的叠加一次次的增长。节点 177 处于裂纹尖端的前方，它在 $x$ 方向的应力在应力波第一次到达时上升，随后也由于应力波的反射和叠加而下降，但一直为正，之后又逐渐增加；而它在 $y$ 方向的应力也随应力波的叠加而增长，只是变化幅值比节点 174 小。对于裂纹面上的节点 118，由于它处于应力波的对面，裂纹的角度使它在 $x$ 方向的应力为负，而在 $y$ 方向的应力围绕着 0 呈小幅波动变化。裂纹面上的节点 123 是在应力波加载方向，随着加载的进行，应力波逐渐叠加，其 $x$、$y$ 方向的应力都是逐渐增长。

而图 17～20 分别是有限尺寸裂纹在斜向拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应力场与应变场以及 $x$ 方向应力场与应变场随时间变化的系列图。在加载的前一阶段，应力波与应变波的传播很明显。随着波传播到裂纹处才产生反射、散射等。随后波叠加的现象越来越多，最后使整个模型达到了一个比较均匀的状态（裂纹周围除外）。当应力波传播到裂纹后，由于裂纹面的存在，出现了应力释放区，且其大小、形状随加载的进行而不断变化，正如前面理论分析的一样，而且 $x$、$y$ 方向的应变都出现了以裂纹为中心的“漏斗区”。

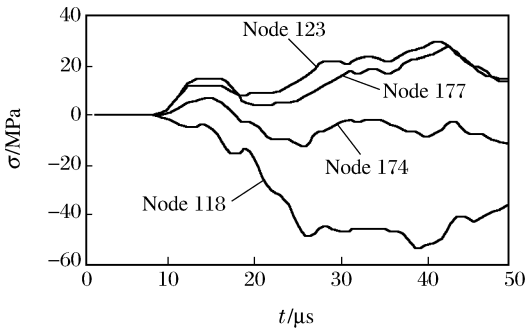


图 15 $x$ 方向的应力随时间变化图

Fig. 15 Variation of stress at $x$ direction

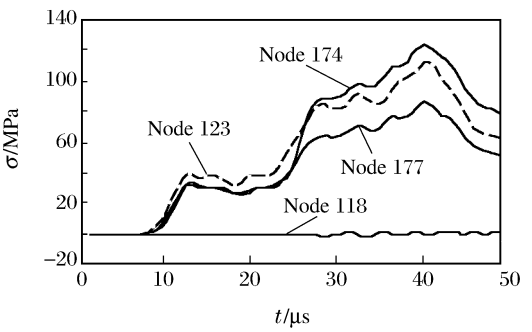


图 16 $y$ 方向应力随时间变化图

Fig. 16 Variation of stress at $y$ direction

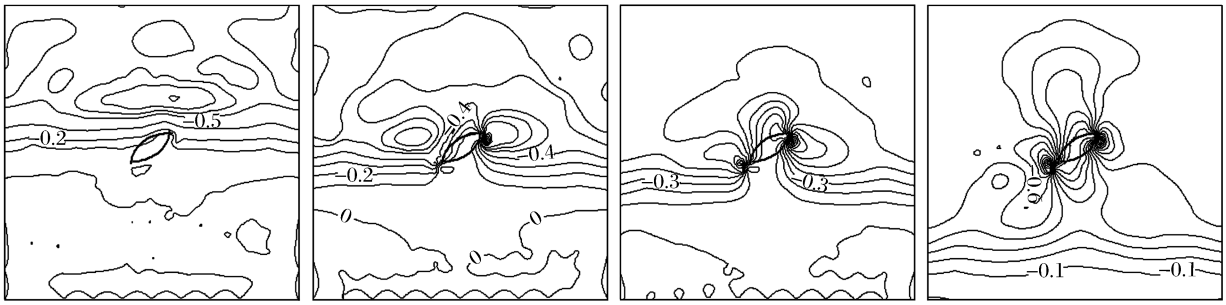


图 17 有限尺寸裂纹在斜拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应力场随时间而变化系列图

Fig. 17 Variation of stress field at $y$ direction induced by oblique impulse loading

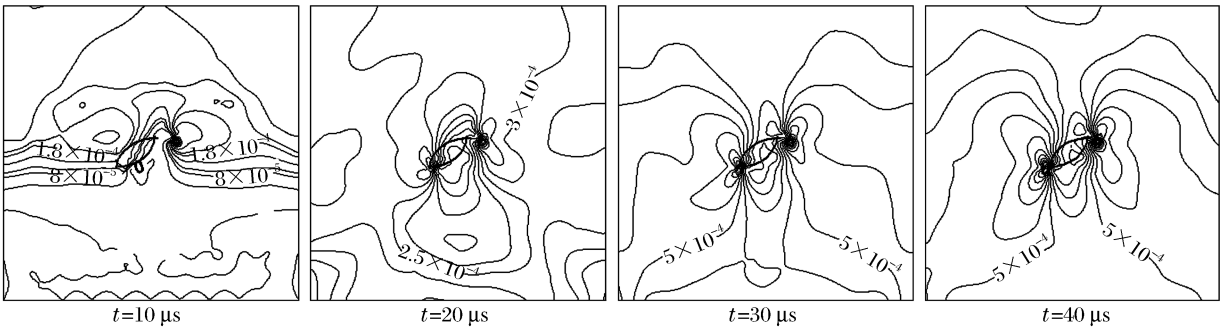


图 18 有限尺寸裂纹在斜拉伸冲击载荷作用下的 $y$ 方向应变场随时间而变化系列图

Fig. 18 Variation of strain field at $y$ direction induced by oblique impulse loading

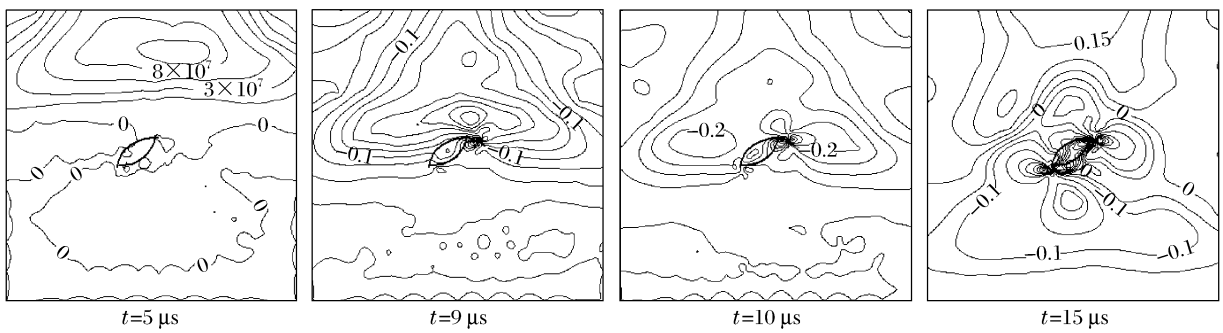


图 19 有限尺寸裂纹在斜拉伸冲击载荷作用下的 $x$ 方向应力场随时间而变化系列图

Fig. 19 Variation of stress field at $x$ direction induced by oblique impulse loading

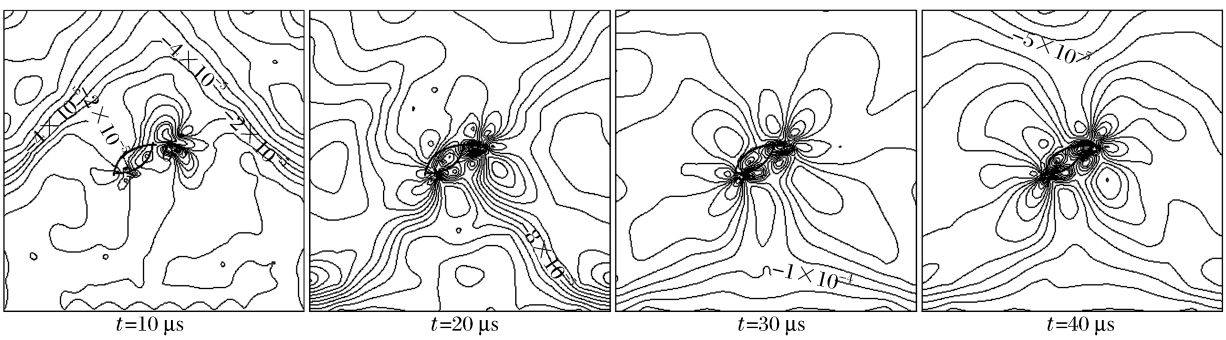


图 20 有限尺寸裂纹在斜拉伸冲击载荷作用下的 $x$ 方向应变场随时间而变化系列图

Fig. 20 Variation of strain field at $x$ direction induced by oblique impulse loading

对于这种裂纹的动态应力强度因子的计算，由于裂纹有一定程度的张开，不便直接使用应力强度因子计算公式，因此改为通过计算动态 J 积分再换算成动态应力强度因子的方法。其 J 积分计算公式为

$$J_{\mathrm{I}}=\int_{\Gamma}W\mathrm{d}y-\int_{\Gamma}\left(t_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+t_y\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\mathrm{d}s \tag{1}$$

$$J_{\mathrm{II}}=\int_{\Gamma}W\mathrm{d}x-\int_{\Gamma}\left(t_x\frac{\partial u_x}{\partial y}+t_y\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)\mathrm{d}s \tag{2}$$

式中：$\Gamma$为绕裂纹尖端的任一路径；$W$ 为应变能密度，$W=W(\varepsilon_{ij})=\int_0^{\varepsilon_{ij}}\sigma_{ij}\,\mathrm{d}\varepsilon_{ij}$；$t_x$ 为沿 $x$ 轴的拉向量，$t_x=\sigma_x n_x+\sigma_{xy}n_y$；$t_y$ 为沿 $y$ 轴的拉向量，$t_y=\sigma_y n_y+\sigma_{xy}n_y$；$\sigma$ 为应力分量；$\boldsymbol{n}$ 为路径 $\Gamma$ 的外法线单位向量；$\boldsymbol{u}$ 为位移向量；$s$ 为沿路径 $\Gamma$ 上的积分距离。

其裂纹尖端的积分路径如图 21 所示。

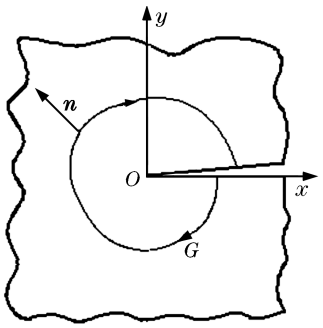


图 21　裂纹尖端的积分路径图

Fig. 21　The integral path at the crack tip

对于平面应变情形，动态应力强度因子与 J 积分的关系为

$$K_{\mathrm{I}}=\sqrt{J_{\mathrm{I}}*E/(1-\nu^2)},\qquad K_{\mathrm{II}}=\sqrt{J_{\mathrm{II}}*E/(1-\nu^2)} \tag{3}$$

所以，只要记录了每一步迭代中的应力应变数据，根据上面的公式，便可计算出动态应力强度因子随时间变化的情况。同时我们对各种情形的静态应力强度因子也进行了计算。图 22 便是不同位置（即不同角度 $\theta$）不同大小（即不同的 $b$ 值）的裂纹在静态载荷作用下的 $K_{\mathrm{I}}$ 与 $K_{\mathrm{II}}$，图 23 是不同位置不同大小的裂纹在冲击载荷作用下的 $K_{\mathrm{I}}$ 与 $K_{\mathrm{II}}$ 随加载时间的进行而动态变化的情况。

由图 22 所得的静态 $K_{\mathrm{I}}$、$K_{\mathrm{II}}$ 可知：$K_{\mathrm{I}}$ 随 $\theta$ 的增加而减少，随 $b$ 的增加而减少，也就是裂纹越尖、载荷与裂纹面越垂直，$K_{\mathrm{I}}$ 便越大；$K_{\mathrm{II}}$ 的变化不是很明显，但总体说来是随 $\theta$ 的增加先增加后减少。

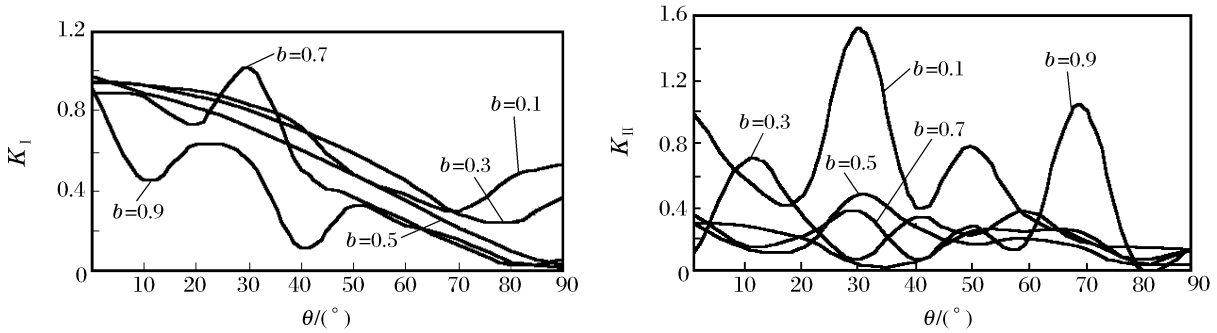


图 22　不同位置不同大小的裂纹在静态载荷作用下的 $K_{\mathrm{I}}$ 与 $K_{\mathrm{II}}$

Fig. 22　The value of $K_{\mathrm{I}}$ and $K_{\mathrm{II}}$ of crack under the static load with different position and size

图 23 中 $K_{\mathrm{I}}(t)$ 随加载的进行逐渐增长，在同一时刻，$\theta$ 越大，$K_{\mathrm{I}}(t)$ 越小，裂纹的大小和形状对 $K_{\mathrm{I}}(t)$ 的影响不是很明显。而 $K_{\mathrm{II}}(t)$ 也是随着加载的进行逐渐增长，但在同一时刻，它随 $\theta$ 的增加先增加后减少，并且裂纹的大小和形状对其影响很明显，其总体趋势是随着 $b$ 值的增加先减少后增加。

根据所得的 $K_{\mathrm{I}}$ 与 $K_{\mathrm{II}}$ 值，运用最大周向应力判据[11]，便可由下式计算出裂纹的起裂角 $\theta_0$

$$K_{\mathrm{I}}\sin\theta_0+K_{\mathrm{II}}(3\cos\theta_0-1)=0 \tag{4}$$

根据 $\theta_0$ 便可按下式计算此时的 $K_{\mathrm{IC}}$

$$K_{\mathrm{IC}}=\cos\frac{\theta_0}{2}\left(K_{\mathrm{I}}\cos^2\frac{\theta_0}{2}-\frac{3}{2}K_{\mathrm{II}}\sin\theta_0\right) \tag{5}$$

选择比较接近典型的裂纹，即 $b=0.1$ 时的情形来计算，计算所得结果如图 24、25 所示。

由图 24 可知，量纲一因子 $K_{\mathrm{IC}}/\sqrt{\pi a}$ 随着 $\theta$ 的增大，也就是应力波入射角度的增加，其值先是增加，在 30°～40°之间达到最大值，随后逐渐减少，在 70°～80°之间达到最小值，然后再上升。而图 25 即给出了在 $b=0.1$ 时不同角度 $\theta$ 下裂纹的起裂角变化图，其起裂角是初始裂纹长轴与裂纹扩展方向的夹角。从图 24、25 可知，在入射角为 30°左右时，动态应力强度因子 $K_{\mathrm{IC}}/\sqrt{\pi a}$ 达到最大值，也就是在这种情形下最容易导致断裂的发生而此时裂纹的起裂角为 43°。这与前面理论部分的结果有一定的差异，这是因为裂纹尺寸与形状有一定的影响，且这种影响随着应力波入射角度的增加而增加。

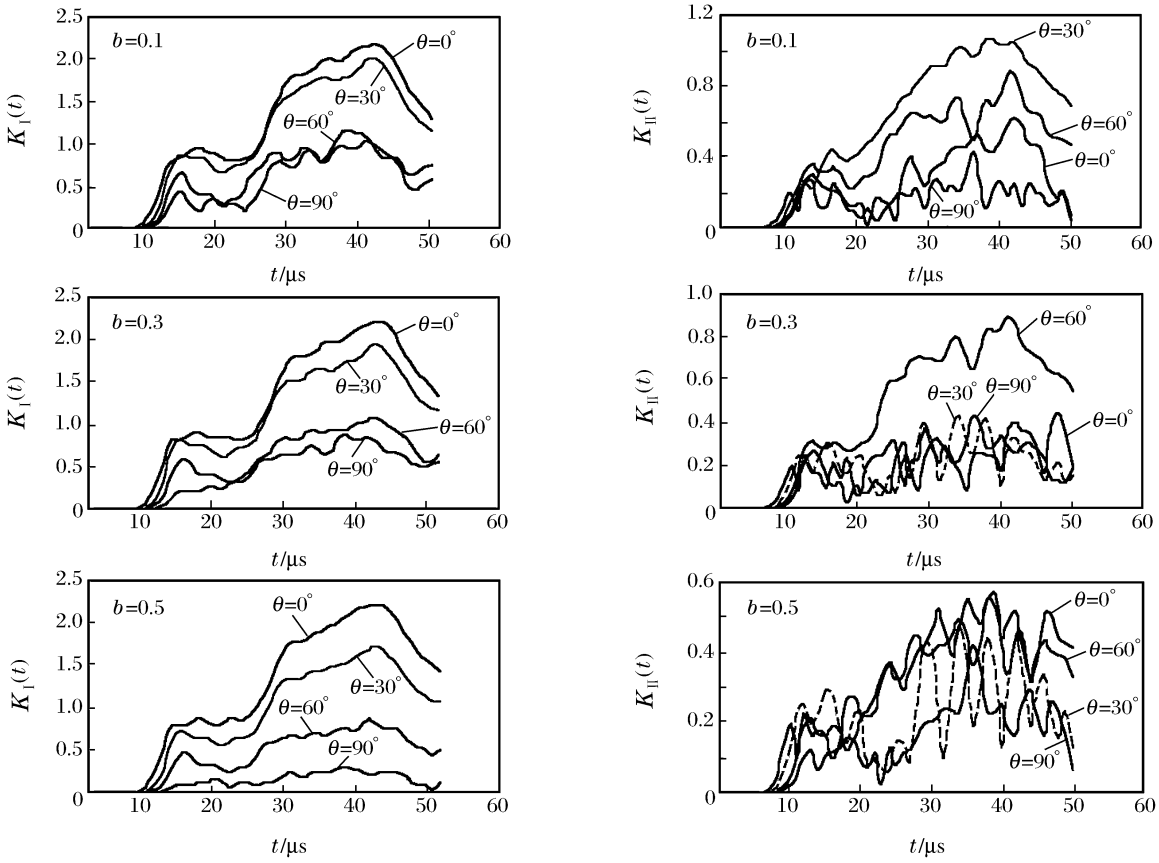


图 23 不同位置不同大小的裂纹在冲击载荷作用下的 $K_I(t)$ 与 $K_{II}(t)$

Fig. 23 The value of $K_I(t)$ and $K_{II}(t)$ of crack under the impact load with different position and size

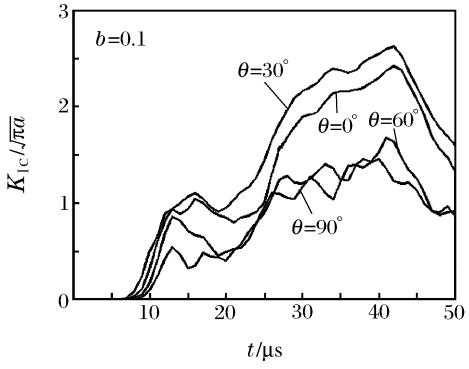


图 24 不同入射角下量纲一因子 $K_{IC}/\sqrt{\pi a}$ 与时间 $t$ 的关系图

Fig. 24 The relation between $K_{IC}/\sqrt{\pi a}$ and time with different angles

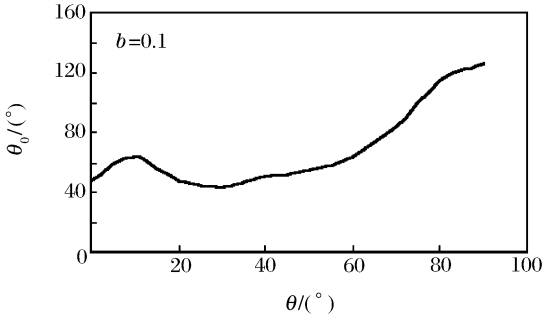


图 25 不同入射角下裂纹的起裂角变化图

Fig. 25 Variation of initial crack with different angles

## 4 结 论

通过对垂直、剪切以及斜向等各种载荷作用形式下裂纹动态响应进行的数值模拟研究，得到了一系列随时间而变化的动态应力场以及应变场图，并分别计算出了相应的动态应力强度因子，其中垂直与剪切两情况中所得应力强度因子的结果与前人所得结果较为吻合[3]；对于斜入射作用情况，$K_I(t)$ 值随着加载的进行逐渐增长，而在同一时刻应力波的入射角越大，其值越小，$K_{II}(t)$ 也是随着加载的进行逐渐

增长，但在同一时刻它是随着应力波的入射角的增加先增加后减少。在此基础上，得出了当应力波与裂纹相互作用角度为 30°时会产生最优断裂，相应的起裂角为 43°，与理论分析结果较为吻合。

## 参考文献：


[1] 王礼立.爆炸与冲击载荷下结构和材料动态响应研究的新进展[J].爆炸与冲击，2001，21(2)：81－88.
WANG Li-li. Progress in studies on dynamic response of structures and materials under explosive/ impact loading [J]. Explosion and Shock Waves, 2001，21(2)：81－88.

[2] 王明洋，戚承志，钱七虎.岩体中爆炸与冲击下的破坏研究[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版)，2001，20(4)：385－389.
WANG Ming-yang, QI Chen-zhi, QIAN Qi-hu. Studies on failure of rock under explosion and impact[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2001，20(4)：385－389.

[3] 范天佑.断裂动力学引论[M].北京：北京理工大学出版社，1990.

[4] Itou S. Dynamic stress intensity factors around a rectangular crack in an infinite plate under impact load[J]. Engng Fracture Mechanics, 1983，18：145－53.

[5] Wen P H, Aliabadi M H, Young A. Dual boundary element methods forthree-dimensional dynamic crack problems [J]. Jour Strain Anal, 1999，34：373－94.

[6] Sladek J, Sladek V, Mykhas'kiv V V, et al. Application of mapping theory to boundary integral formulation of 3D dynamic crack problems[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2003，27：203－213.

[7] Thau S A, Lu T H. Transient stress intensity factors for a finite crack in an elastic solid caused by a dilatational wave[J]. International Journal of Solids and Structures, 1971，7：731－750

[8] Fan T Y. Introduction of Dynamic Fracture Mechanics[M]. Bejing: Publishing House of Bejing Institute of Technology, 1990 .

[9] Sih G C. Mechanics of Fracture, Vol. 1[M]. Noorclhoff, Leyden, Holland, 1973

[10] LI Xi-bing, HU Liu-qing, Lok T S. Dynamic response of finite-size crack under impulse loading[A]. 5th Asia-Pacific Conference on Shock & Loads On Structures[C]. China, 2003.

[11] 于骁中.岩石与混凝土断裂力学[M].长沙：中南工业大学出版社，1991.


# Simulation on dynamic response of crack subjected to impact loading


HU Liu-qing*, LI Xi-bing, GONG Sheng-wu

(*School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha* 410083, *Hunan, China*)



**Abstract**: The numerical simulation was carried out for the dynamic response of crack subjected to the normal, shear and oblique impact loads. The dynamic stress field and the strain field were obtained. According to its definition, the corresponding dynamic stress intensity factor (DSIF) was calculated. The situation of initiation of crack impacted by oblique loads was analyzed, and the optimization fracture by stress pulses was discussed.



**Key words**: mechanics of explosion; dynamic stress intensity factor; numerical simulation; crack; optimizing fracture; impact loading



* Corresponding author: HU Liu-qing
E-mail address: hlq0122@163.com
Telephone: 0731-8877665