DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0169-11

聊聊动态强度和损伤演化*

王礼立[1],胡时胜[2],杨黎明[1],董新龙[1],王 晖[3]

(1. 宁波大学省部共建教育部冲击与安全工程重点实验室,浙江 宁波 315211;
2. 中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和设计重点实验室,安徽 合肥 230027;
3. 宁波市中医医院王晖工作室,浙江 宁波 315000)

摘要: 材料强度在传统上常理解为材料在外载荷下抵抗流动/变形和破断的能力。由流变阶段到貌似突发的破断,其实源于一个隐含的应变率/时间相关的损伤演化过程。动态损伤演化研究的难点在于损伤与流变总是耦合在一起发展的。研究发现,热激活损伤演化模型可成功描述材料宏观损伤的动态演化。在此基础上,从实测的含损伤演化的表观应力应变曲线,可将两者解耦分开,并可确定各自相关的材料参数。这一思路可推广到中医脉诊的客观化研究,通过脉搏波信息定量反演脉搏波系统的正常及病态本构关系,可诊断生命体偏离正常状态的程度(病情),这可视为一种广义的损伤演化和强度问题。上述思路还可推广到地震预报研究,即"对地球把脉"。与加卸载响应比理论相结合,通过相邻 3 处的地震波信息来反演地球相关板块含损伤演化的非线性载荷-响应曲线,再区分出损伤演化程度,将有利于改进地震预报,这可视为另一种广义的损伤演化和强度问题。

关键词: 动态强度;损伤演化;材料动力学;脉搏波;地震预报

中图分类号: O347 **国标学科代码:** 13015 **文献标志码:** A

固体的强度和流体的湍流常常并列为力学研究中的两大经典难题。

根据研究对象的不同,对强度往往有不同的理解。按中国大百科全书《力学卷》[1],强度定义为"材料或结构抵抗外力的能力"。在外力作用下材料或结构的力学响应主要表现为流动/变形过程、直至破坏,所以强度可以更具体地理解为材料或结构在外力作用下抵抗广义破坏(流动/变形和断裂)的能力。

材料强度和结构强度又有什么区别?是什么关系呢?早期对它们常常不加区分。例如,大学课程《材料力学》教材可以追溯到 20 世纪 30 年代出版的铁木辛柯的经典著作,原名是《Strength of materials》[2],直译是材料强度。但实际上只有小部分内容讲授材料的力学性质和强度,大部分内容主要讲授代表性结构元件(杆、轴、梁等)受力时的应力应变分析,不如称为"结构元件强度分析"或"构件力学"更合适。课程中真正涉及材料强度的是四大经典强度准则,即最大拉应力强度准则(第一强度理论)、最大伸长线应变强度准则(第二强度理论)、最大切应力理论(第三强度理论)和最大畸变比能理论(第四强度理论)。更一般地,一个可供定量分析的广义强度准则可概括为:

$$\Sigma \leqslant \Sigma_c \tag{1}$$

上式将力学特征量 Σ 和材料特征量 Σ_c 相联系,其中 Σ 属于结构响应,要依靠力学家对结构力学场进行分析得到(但在力学分析中要依赖材料本构关系);而 Σ_c 属于材料响应,要依靠材料学家对材料进行实验研究确定(但在材料实验中要依赖力学分析)。强度准则建立了结构响应和材料响应之间的联系,两者又是互相耦合的。一旦满足不等式(1),即结构力学场的最大特征值达到/超过材料强度特征值,就判定为结构破坏/失效了。

与准静载荷下的力学问题相比较,动载荷下的力学问题必须考虑 2 个主要的动态效应:惯性效应和应变率效应。前者导致了有关应力波传播的研究,后者则导致了有关材料动态力学性能(材料动力学)

* **收稿日期:** 2016-12-23; **修回日期:** 2017-01-19

第一作者: 王礼立(1934—),男,教授,博士生导师,wanglili@nbu.edu.cn。

本文根据作者在第十一届全国爆炸力学学术会议的大会特约报告整理而成。

的研究。这样，冲击动态下的广义强度准则应将不等式(1)改写为：

$$\Sigma(t) \leqslant \Sigma_c(\dot{\varepsilon}) \tag{2}$$

式中：$\Sigma(t)$是计及应力波传播的非定常动态力学场特征量，现在是时间 t 的函数；$\Sigma_c(\dot{\varepsilon})$则是计及应变率效应的表征材料动态强度特征的临界参量，现在是应变率 $\dot{\varepsilon}$ 的函数。材料动态强度是《材料动力学》的核心问题，一般地可归结为两方面，即：表征材料流动/变形规律的动态本构关系和表征材料破断的动态破坏规律的研究。这可以用图 1 来示意[3]，图中 σ_{eff} 和 ε_{eff} 分别为基于应力偏量第二不变量 J_2 所定义的所谓“有效应力”及相对应的“有效应变”，$T^* = T\ln(\dot{\varepsilon}_0/\dot{\varepsilon})$是所谓的率-温等效参数，用以计及应变率效应和温度效应之间等效性。图 1 在不同 T^* 值下的应力应变曲线表征材料率/温相关的流变特性，而以右侧的破坏极限包络线为界；正是这一右界表征了材料率/温相关的破坏特征量 Σ_c。人们会对图 1 提出一个问题：由动态本构关系所控制的流变阶段怎么变为貌似突发的动态破坏呢？

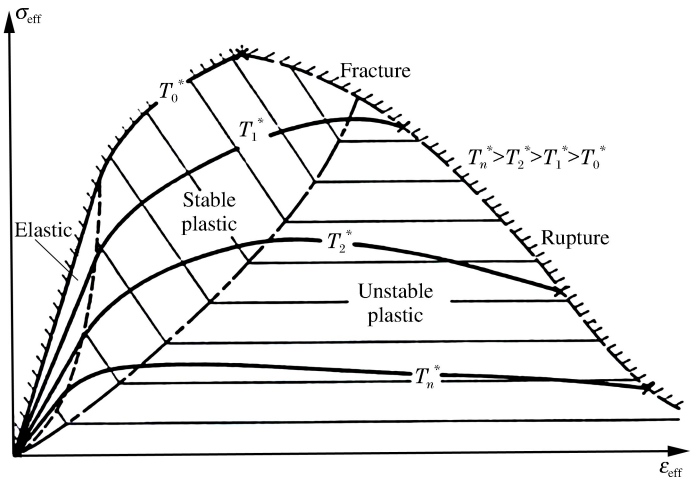

图 1 材料的率-温相关的动态力学行为之示意

Fig. 1 Rate-temperature-dependent behaviors of materials

其实，材料的动态破坏，不论其具体机制如何，实际上都有一个发生-发展的时间过程，本质上是时间/速率相关的过程，而并非瞬时事件。设以 T_f来表征材料的内禀破坏特征时间，当 T_f与冲击/爆炸载荷特征时间 T_1可比较时，就应计及材料动态破坏过程的时间(速率)相关性；只有当 $T_f \ll T_1$时才可以按准静态处理，把材料破坏近似看作瞬态事件。

从细观角度看，材料的动态破坏是一个不同形式的微损伤(微裂纹、微空洞、微剪切带等)以有限速率演化(成核-生长-连通)的时间过程。因此，从机理上说，材料动态破坏的研究已经离不开对损伤动态演化规律的研究。

问题的复杂性在于：一方面，损伤是随流变过程而发展的，损伤的演化依赖于材料所经受的应力、应变、应变率等材料本构参量；另一方面，损伤演化及其引发的弱化效应，必将反过来影响材料外在表现的力学行为，体现为，材料表观的本构关系其实同时包含着材料内在的本构行为，以及宏观上不易直接观察到的损伤演化。因此，损伤动态演化的研究往往只能与表观率型动态本构关系的研究相耦合地进行，再设法将两者加以区分。计及动态损伤演化的率型本构关系的研究，以及动态破坏准则的研究，已成为力学家和材料科学家们共同的前沿研究课题。其核心问题之一乃是下一节将要讨论的宏观连续损伤的率型动态演化律。

1 基于热激活机制的连续损伤的率型动态演化律和动态破坏准则

研究者们从微观和细观角度对于损伤演化已经开展了大量的研究，提供了损伤演化的物理机制。但为了工程应用，最后还是要回到宏观层次。通常在如下定义的宏观连续损伤 D[4]的基础上：

$$D = \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} \tag{3}$$

建立可供工程应用的宏观损伤演化模型，式中 σ_0 为无损伤材料的应力，σ 为含损伤材料的表观应力。

一般容易认识到损伤随流变过程而演化，因而 D 显然是应变ε 的函数，$D=D(\varepsilon)$。而大量动态实验还进一步表明，各种形式的损伤在冲击载荷下的演化都同时依赖于应变和应变率，即 $D=D(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$。这方面研究的细节可参考文献[5-8]，不在此处详述。下面将集中讨论宏观连续损伤 $D=D(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$基于热激活机制的动态损伤演化模型[9-11]。

联系到材料的率型本构关系，在微观机制上常用晶体缺陷（微观损伤）—位错的热激活运动来解释：

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}}=\dot{\varepsilon}_{0}\exp\left(-\frac{U_{\mathrm{S}}}{kT}\right) \tag{4}$$

式中：U_{S}为与作用应力 σ 相关的热激活能，$\dot{\varepsilon}_{0}$ 为频率因子，k 为 Boltzman 常数，T 为绝对温度。

再联系到材料细观损伤研究中，众所熟知的 Curran-Shockey-Seaman 的细观损伤成核与生长（nucleation and growth，NAG）模型中[12-15]，其成核过程也参照 S. N. Zhukov 等的研究成果[16]，建立在细观损伤热激活成核的机制上，即如果以 N 表示单位体积内各种尺寸裂纹的数目，则成核速率：

$$\dot{N}\equiv\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{\boldsymbol{X}}=\begin{cases}\dot{N}_{0}\exp\dfrac{\sigma-\sigma_{n0}}{\sigma_{1}} & \sigma>\sigma_{n0}\\ 0 & \sigma\leqslant\sigma_{n0}\end{cases} \tag{5}$$

式中：$\dot{N}_{0}$ 为频率因子，σ_{n0}为成核应力阈值，σ_{1} 为表征成核的应力敏感性的材料常数。注意式(5)已经假定成核的热激活能与外加应力成正比。

于是，不无理由可设想，率相关的宏观连续损伤 $D=D(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$的动态演化可看作一个统计意义上的热激活过程，即类似于式(4)，有：

$$\dot{D}=\frac{\partial D}{\partial t}=\dot{D}_{0}\exp\left(-\frac{U_{\mathrm{D}}}{kT}\right) \tag{6}$$

式中：$\dot{D}_{0}$为损伤演化频率因子；U_{D}为损伤演化的热激活能，与作用应力 σ 相关。式(6)简称为热激活损伤演化（thermal activated damage evolution，TADE）模型。

对于式(6)，问题的关键在于如何确定热激活能 U_{D}与作用应力 σ 之间的关系。其实，不论就流变过程中位错演化的热激活方程(4)而言，还是就损伤演化的热激活方程(6)而言，难点和关键都是如何确定热激活能与作用应力之间的关系。

对于同一材料，设想 U_{D}和 U_{S}应该有内禀的联系。暂不具体考虑它们如何分别依赖于作用应力 σ 的具体函数形式，而作为一级近似，可设 U_{S}和 U_{D}之间有正比关系：

$$U_{\mathrm{D}}=\lambda U_{\mathrm{S}} \tag{7}$$

式中：λ 为材料参数。把式(4)和(6)代入式(7)，经演算后可得：

$$\dot{D}/\dot{D}_{0}=(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_{0})^{\lambda} \tag{8a}$$

或：

$$\dot{D}=K_{\mathrm{D}}\,\dot{\varepsilon}^{\lambda},\qquad K_{\mathrm{D}}=\dot{D}_{0}/\dot{\varepsilon}_{0}^{\lambda} \tag{8b}$$

积分后可得应变率显式相关的率型损伤演化律：

$$D=K_{\mathrm{D}}\Psi_{\mathrm{D}}(\dot{\varepsilon}),\qquad \Psi_{\mathrm{D}}(\dot{\varepsilon})=\int_{t_{0}}^{t}\dot{\varepsilon}^{\lambda}\,\mathrm{d}t \tag{8c}$$

对于恒定应变率的过程，且设损伤演化存在某个应变阈值 $\varepsilon_{\mathrm{th}}$，则对式(8c)积分后可得：

$$D=K_{\mathrm{D}}\,\dot{\varepsilon}^{\lambda-1}(\varepsilon-\varepsilon_{\mathrm{th}})\qquad \varepsilon>\varepsilon_{\mathrm{th}} \tag{9a}$$

式(9a)显式地刻画了连续损伤的演化同时依赖于应变和应变率。在更一般的情况下，D 与应变之间可能有非线性关系，则式(9a)可推广为如下更一般的形式：

$$D=K_{\mathrm{D}}\,\dot{\varepsilon}^{\lambda-1}\,(\varepsilon-\varepsilon_{\mathrm{th}})^{\kappa}\qquad \varepsilon>\varepsilon_{\mathrm{th}} \tag{9b}$$

式中：$\kappa\geqslant1$ 为材料常数。在式(9)的基础上，动态破坏准则 $D\geqslant D_{\mathrm{c}}$ 可以表达为如下的率相关形式：

$$K_{\mathrm{D}}\,\dot{\varepsilon}^{\lambda-1}\,(\varepsilon-\varepsilon_{\mathrm{th}})^{\kappa}\geqslant D_{\mathrm{c}} \tag{10}$$

式中：D_{c}为与材料动态破坏的临界状态相对应的临界损伤值。式(10)表明，对于每一给定的临界损伤 D_{c}，有一条临界 $\dot{\varepsilon}$-ε 曲线，不同的应变率载荷下将有不同的破坏应变（双变量破坏准则），这与图 1 给出的右界曲线一致。显然，由于 λ 的不同将会出现以下 3 种情况：

(1)如果 $\lambda>1$，则随着应变率的提高，破坏应变减小，呈现所谓的“冲击脆化”。

(2)如果 $\lambda<1$,则随着应变率的提高,破坏应变增大,呈现所谓的“冲击韧化”。

(3)如果 $\lambda=1$,则式(10)简化为临界应变准则,$\varepsilon_c=\varepsilon_{th}+D_c/K_D$。

综上所述,按照连续损伤演化的 TADE 模型,损伤演化律归结为如何通过实验确定 ε_{th}、K_D、λ 和 κ;而动态破坏准则归结为如何确定 D_c。

2 计及动态损伤演化的率型本构关系

考虑到损伤演化与本构流变演化是耦合的,各种动态实验迄今又无法直接测量式(9)和式(10)所包含的损伤演化参量,实际上必须耦合地开展“计及动态损伤演化的率型本构关系”的研究,再对两者加以区分。对此,下面通过两个代表性实例来进一步加以讨论。

(1)材料率型本构方程为已知时

以有机玻璃 PMMA 为例[17],已知其无损伤时的非线性黏弹性本构行为满足朱-王-唐方程(简称 Eq. ZWT),当计及损伤演化时,则按式(3)有:

$$\sigma=(1-D)(\text{Eq. ZWT})=(1-D)\left[\sigma_e(\varepsilon)+E_1\int_0^t\dot{\varepsilon}\exp\left(1-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right)\mathrm{d}\tau+E_2\int_0^t\dot{\varepsilon}\exp\left(1-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right)\mathrm{d}\tau\right]$$

$$\sigma_e(\varepsilon)=\sigma_m\left[1-\exp\left(-\sum_{i=1}^{n}(m\varepsilon)^i/i\right)\right],\qquad D=K_D\,\dot{\varepsilon}^{\lambda-1}(\varepsilon-\varepsilon_{th})^{\kappa}\qquad \varepsilon>\varepsilon_{th}\tag{11}$$

式中:$\sigma_e(\varepsilon)$描述非线性弹性平衡响应,σ_m、m 和正整数 n 均为材料参量;E_1 和 θ_1 分别为描述低频响应的 Maxwell 单元的弹性常数和松弛时间;E_2 和 θ_2 则分别为描述高频响应的 Maxwell 单元的弹性常数和松弛时间。PMMA 的 ZWT 方程的材料参数可在无损伤条件下测知,在应变率 $10^{-4}\sim10^{3}\ \mathrm{s}^{-1}$ 的范围内,实验所确定的参数值为:$\sigma_m=91.8$ MPa,$m=22.3$,$n=4$,$E_1=0.897$ GPa,$\theta_1=15.3$ s,$E_2=3.07$ GPa,$\theta_2=95.4\ \mu$s。如图 2 所示,理论曲线与实验数据能令人满意地符合,除了在高应变率下随着应变在 6%附近进一步增大,未损伤 PMMA 的理论预示偏离实验曲线,并出现应变软化($\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon<0$);相应地则在透明的 PMMA 试样中观察到随应变增大而增多的微裂纹。因而可把这种应变软化归结为损伤弱化所致的本构失稳。未损伤 ZWT 方程的理论预示与实验曲线的差值正代表损伤弱化所致的应力差($\sigma_0-\sigma$)。由此可按式(3)确定不同应变率和应变下的 D,并进而通过数值拟合方法来确定 TADE 损伤演化方程的材料参数,得到 $K_D=1.82$,$\lambda=1.17$,$\kappa=1$,$\varepsilon_{th}=0.06$。再由实测的试样破坏应变值与式(10),即可确定临界损伤 $D_c=10.2\%$。

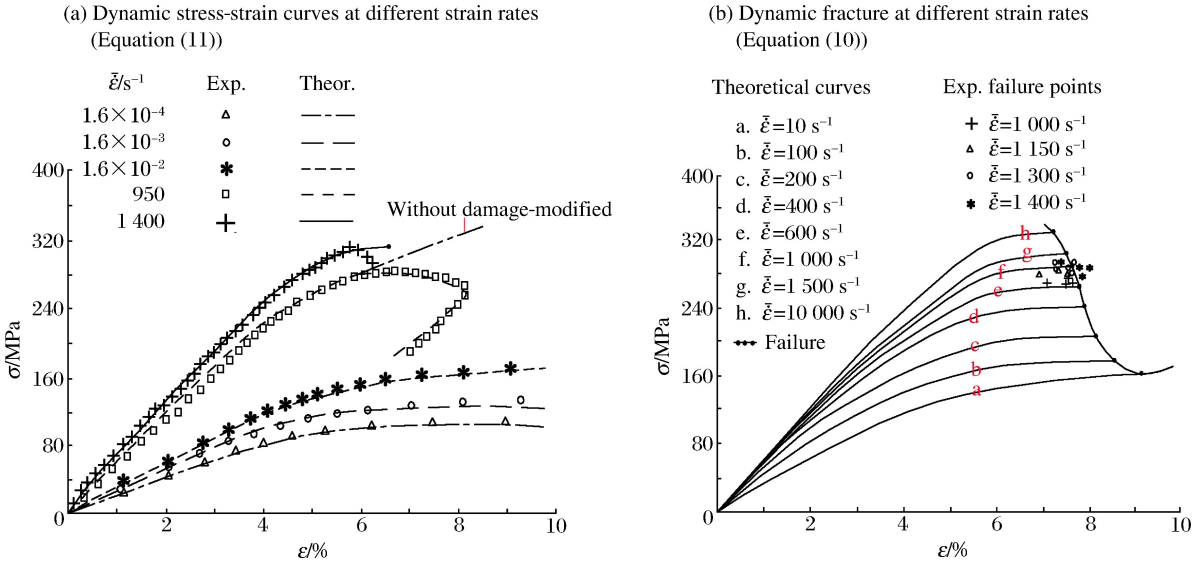

图 2 PMMA 不同应变率下的理论曲线与实验数据的对比

Fig. 2 Comparisons between the experimental data and theoretical predictions for PMMA

不同应变率下的理论预示与实验数据的对比，如图 2 所示。可见在广泛应变率范围内，不仅加载曲线部分吻合得很好，反映了高应变率下出现的损伤弱化本构失稳，而且卸载曲线部分也吻合得很好；还显示虽然不同应变率下的破坏应变值不同，但破坏点的临界损伤值 D_c 几乎接近恒值。由此充分支持了 TADE 损伤演化律和动态破坏准则的有效性。

(2)材料率型本构方程为隐函数时

上一个实例适用于材料的本构方程类型为已知的情况。当材料率型本构方程类型未知时，材料在损伤演化前后(以门槛应变 ε_{th} 为界)，其本构关系一般可以分别表达为：

$$\sigma(t)=f[\varepsilon(t),\dot{\varepsilon}(t)] \qquad \varepsilon\leqslant\varepsilon_{th} \tag{12}$$

$$\sigma(t)=f[\varepsilon(t),\dot{\varepsilon}(t),D(t)]=f[\varepsilon(t),\dot{\varepsilon}(t),t^{-1}(D)] \qquad \varepsilon>\varepsilon_{th} \tag{13}$$

以下分别简称为“情况 1”和“情况 2”。

这时如何确定材料本构响应诸变量与损伤演化诸变量的过程，相当于系统辨识的过程，即根据已知的输入、输出数据，选择一个系统模型，采用优化方法使系统模型逼近真实系统。在系统辨识的各种方法中，人工神经网络(artificial neural network，ANN)，尤其是反向传播神经网络(back-propagation neural networks，BP 神经网络)，特别适合于处理式(12)和式(13)这类非线性问题，已被用来确定损伤演化参数等，而不必预先假定材料本构关系和损伤演化律的函数形式[18-22]。

以聚丙烯-尼龙共混高聚物(polypropylene-polyamide (PP/PA) polymer blend)为例[22]，其损伤演化门槛应变 ε_{th} 值可由“损伤冻结法”预先测得，即对经历过不同冲击加载条件的试样，事后在静载下测量其损伤程度来初估，$\varepsilon_{th}\approx 6\%$。BP 神经网络分别按“情况 1”和“情况 2”两种情况来训练。在“情况 1”时，取 SHPB(split Hopkinson pressure bar)实验测得的 $\varepsilon(t)$ 和 $\dot{\varepsilon}(t)$ 作为输入，而取相应的 $\sigma(t)$ 作为输出。而在“情况 2”时，本应取 $\varepsilon(t)$、$\dot{\varepsilon}(t)$ 和 $D(t)$ 作为输入，但在 SHPB 实验过程中迄今尚未解决 $D(t)$ 的直接测量技术，因此改为取可测的 $t^{-1}(D)$ 即 $D(t)$ 的反函数，即取 SHPB 实验过程中可测的 $\varepsilon(t)$、$\dot{\varepsilon}(t)$ 和 $t^{-1}(D)$ 作为输入，而取相应 $\sigma(t)$ 作为输出。

在“情况 1”下所得代表性结果(应变率为 $1.22\times10^3\ \mathrm{s}^{-1}$)如图 3(a)中点线所示。作为比较，图中还给出了实验曲线(实线)。图中的纵坐标以归一化应力 $\bar{\sigma}=\sigma/\sigma_{max}$ 表示，此处 σ_{max} 是全部实验中出现的最大应力值，因而有 $\bar{\sigma}\leqslant 1$。

由图 3(a)可见，在 $\varepsilon<\varepsilon_{th}$ 的范围内，BP 神经网络预示曲线与实验曲线吻合得很好。在 $\varepsilon>\varepsilon_{th}$ 的范围内，两曲线的偏差则随应变的增大而增大，显示损伤演化导致的弱化效应。事实上，当计及损伤演化后，采用 BP 神经网络在“情况 2”下所得代表性结果(应变率为 $1.22\times10^3\ \mathrm{s}^{-1}$)如图 3(b)中点线所示。这时，BP 神经网络预示曲线与实验曲线(实线)在整个应变范围内都吻合得很好。

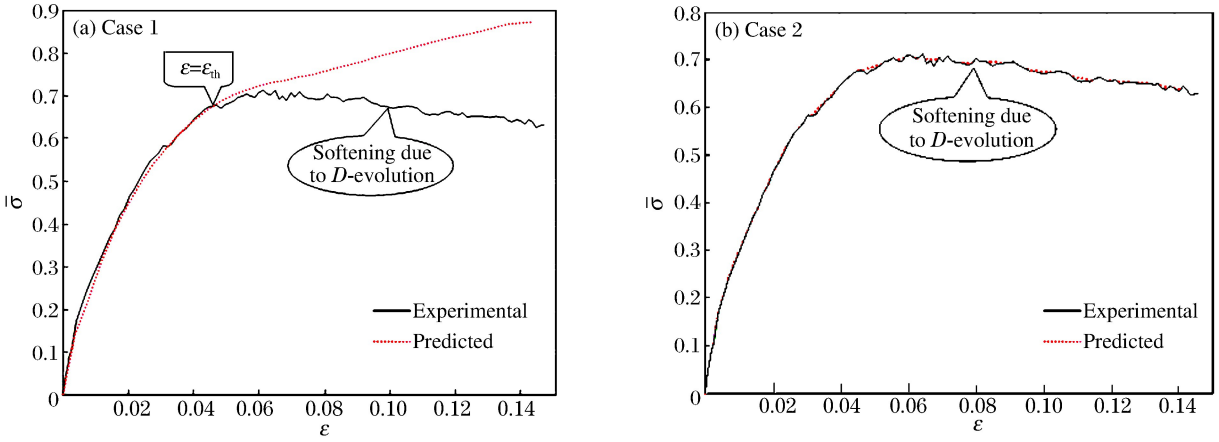

图 3　PP/PA 共混高聚物 BP 神经网络预示曲线与实验曲线对比

Fig. 3　Comparisons between the BP neural networks predictions and experimental data for PP/PA polymer blend

由上述的识别结果，按照式(3)可最后确定连续损伤作为应变率和应变的函数 $D=(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$，以不同的恒应变率下 D 随应变而演化的形式作图，如图 4 所示，与 TADE 损伤演化模型演化规律一致[22]。

由以上讨论可知，材料动态强度更具体地应理解为材料在强动载荷下抵抗动态流变、动态损伤演化和动态破断的能力。相应地，图 1 应修正为图 5 所示的计及损伤演化的材料率-温相关的动态力学行为。图中增加了一条表征损伤开始演化的门槛等效应变 ε_{th} 曲线，而右界曲线则理解为 $D=D_c$ 曲线。从 ε_{th} 曲线开始，材料进入与损伤演化相耦合的流变过程，直到损伤达到临界值($D=D_c$)而最终导致破坏。

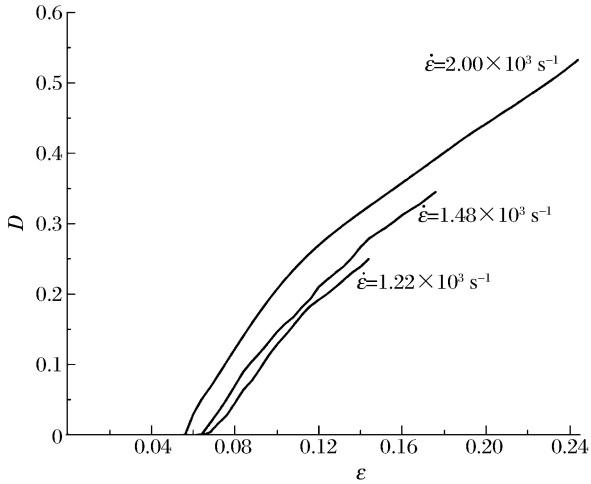

图 4 PP/PA 共混高聚物由 BP 神经网络确定的 $D=(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$

Fig. 4 The $D=(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$ determined by the BP neural networks for PP/PA polymer blend

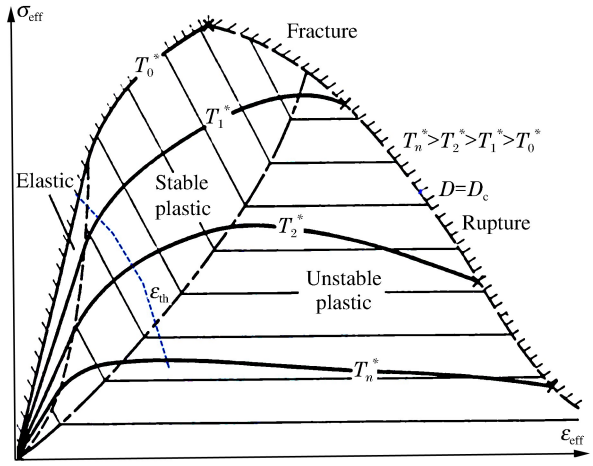

图 5 计及损伤演化的材料率-温相关的动态力学行为的示意图

Fig. 5 Rate-temperature dependent behavior of materials taking account of damage evolution

3 由脉搏波来诊断病情(一种广义损伤)

中医脉诊是通过脉搏波来诊断病人生命体偏离正常运行的状态—病情，这可以看作一种广义的损伤演化和强度问题。

在材料动力学研究中，研究者们已发展了一套“解反问题”的方法，即通过测量一系列应力波来反演材料含损伤演化的本构关系，然后如上节所述进一步区分材料本构关系和损伤演化律。依据同样的思路，能不能对中医脉搏波进行定量分析来反演和判定人体的损伤演化程度呢？用力学研究的语言说，中医切脉通过脉搏波来诊断病情，都是在解人体健康状态及其损伤的反问题。

中医的整体观点认为，脉搏波反映的是生命体整体状况的综合信息。据此我们把脉搏波系统理解为生命能量以波的形式在血液中传播的整个系统，而不只是心血管等循环系统本身局部实体器官的信息。按照这一思路，为脉搏波系统建立一个等价的一维力学模型[23-24]。控制方程组由 3 个守恒方程及系统的本构方程共同组成。其中，3 个守恒方程即动量守恒、质量守恒和能量守恒方程分别为：

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial P}{\partial X} \tag{14}$$

$$\frac{\partial v}{\partial X}=\rho_0\frac{\partial V}{\partial t} \tag{15}$$

$$\rho_0\frac{\partial E}{\partial t}=-P\frac{\partial v}{\partial X} \tag{16a}$$

式中：X 为物质坐标，t 为时间；P 为压力，V 为比容(与密度 ρ 互为倒数，$\rho=1/V$)，v 为质点速度，E 为比内能，均为(X,t)函数。如果把式(15)代入式(16a)，可以得到能量守恒方程的另一种形式：

$$\mathrm{d}E=-P\mathrm{d}V,\qquad 或\ E=-\int_{V_0}^{V}P\mathrm{d}V \tag{16b}$$

意味着比内能 E 等于 P-V 曲线下方包围的面积。

至于“本构方程”一词，在医学界不大熟悉。在力学界把反映材料力学性能的各力学量之间的内在关系称为本构关系，而本构关系的数学表达形式称为本构方程。在上述脉搏波系统的 3 个守恒方程中，有 3 个力学量与本构性能相关，即 P、V 和 E（v 是运动参量，而不是物质的本构参量），当考虑到率效应时，率相关本构方程为：

$$P=P(V,\dot{V},E) \tag{17a}$$

当忽略率效应并考虑 E 可以由 P 和 V 的关系确定（式 16(b)），则有简化的率无关本构关系：

$$P=P(V) \tag{17b}$$

式(14)～(17)共同组成脉搏波系统的控制方程组，其中的 3 个守恒方程是普适的，反映了各种脉搏波的共性，而系统本构方程则反映了不同脉搏波的特性，不同脉搏波的传播特性主要取决于本构方程。

对于脉搏波的控制方程组（式(14)～(17)），由应力波理论可知[25]：

(1)脉搏波包含着压力波 $P(X,t)$、质点速度波 $v(X,t)$、比容波 $V(X,t)$ 和内能波 $E(X,t)$ 等的传播（对非线性波，它们间不存在线性比例关系）。脉搏波波速 $C=V_0\sqrt{-\partial P/\partial V}$ 由本构方程 $P=P(V)$ 的局部斜率决定，不是恒值（对于大扰动有可能形成冲击波，将另行讨论）。可见脉搏波是这些不同形式波动的总成。目前有些研究者只凭压力传感器单点测得的脉搏压力波 $P(X,t)$ 来分析，看来难以完整地模拟中医脉诊。

(2)脉搏现象包含着以 v 流动的血液和在血液中以 C 传播的携带能量的脉搏波。前者是人眼易见的实体血液的“物质流”，后者是人眼不易见的以波的形式传播的“能量流”，可以分别解释为中医的“血”和“气”。这为中医的气提供了一个新的理解。血是气传播的物质载体（媒介），而气是以波的形式传播的推动血运行的能量。

(3)要注意区分血液质点的运动速度 v（10^{-1} m/s 量级）和脉搏波的传播速度 C（10^{0}～10^{1} m/s 量级）。脉搏波以比血液流速 v 快得多的传播速度 C，把心脏施加给循环血液的力学扰动（脉动载荷，即血液的压力、容积、流速和能量脉动等）由近及远地传递到生命体的各部分，不到一秒已传遍全身。可见，心脏并非像常识理解那样犹如把血液直接泵向全身的泵，血液状态的变化是通过脉搏波传播而实现的。

关于脉搏波系统的本构方程，迄今未见研究报导，甚至还没有人提出这一问题，而这正是我们要进一步研究的。中医“切脉象”相当于根据脉诊获得的脉搏波信息，去解“反问题”，即反求系统本构方程。进而根据系统本构方程是否对健康状态有偏离（病态）以及偏离的原因，是什么类型的病态等等，对病情（广义损伤）做出诊断，对症下药，予以诊治。在这个意义上，“切脉象”的诊断对象和根本目标，在于诊断各个具体生命体的脉搏波系统的本构方程的变化状态，及各种类型脉搏波的变化状态。推而广之，不论中医还是西医，实际上大量工作都在捕捉广义的血和气的各种时空变化信息，然后去解“反问题”。

解一维脉搏波反问题的出发点是守恒方程。中医“切脉象”时，手指主要感受的脉搏压力波，我们就来讨论这类情况下的反演。设用 n 个压力计在 n 个物质坐标 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 处测知了 n 个压力波剖面 $P(X_i,t)$。既然不难确定 $\partial P/\partial X$，由动量守恒方程(14)就可求得 $\partial v/\partial t$。注意到 v 的零初始条件：$t=0$ 时 $v=0$，积分可得 $v(X_i,t)$。既然不难求得 $\partial v/\partial X$，由质量守恒方程(15)就可求得 $\partial V/\partial t$。注意到 V 的零初始条件 $t=0$ 时 $V=0$，积分可得 $V(X_i,t)$。由 $P(X_i,t)$ 和 $V(X_i,t)$ 消去 t，最终可建立系统的本构关系 $P=P(V)$。由不同相邻 X_i 处的不同的 $P=P(V)$ 可以确定率相关性，得出计及黏性效应的率相关本构关系 $P=P(V,\dot{V})$。

那么测点数 n 最少应该是多少呢？注意到由 $v(X_i,t)$ 求 $V(X_i,t)$ 时，是通过 $\partial v/\partial X$ 进行的，因而至少应该知道两个物质质点处的 $v(X_i,t)$ 波形（$i=1,2$）；然而，2 个 $v(X_i,t)$ 波形是通过 $\partial P/\partial X$ 进行的，因而至少应该知道 3 个相近物质质点处的 $P(X_i,t)$ 波形（$i=1,2,3$）。所以，由实测 $P(X_i,t)$ 波形反演系统

本构关系时至少要测知 3 个相近物质质点处的。

令人惊讶的是，至今仍指导着中医临床实践的“寸口三部九候诊法”，一般均采用北宋医家丁德用的所谓“密排三指”之法来诊断寸、关、尺三处脉象。这与上述至少要测知 3 个相近物质质点处 $P(X_i,t)$ 波形($i=1,2,3$)的要求完全一致(三点律)。既证明了“寸口三部九候诊法”的合理性，又令人深感我国古代中医名家之高明。

由此可知，通过相邻 3 点处的脉搏压力波信息，可以反演脉搏波系统本构关系。健康人的本构关系相当于无损伤的正常本构关系，病人的本构关系则相当于含损伤的病态本构关系，对比两者的差别，就可以定量地描述病态。

传统中医学中虽无脉搏波系统的本构方程之说，甚至于迄今还没有人提出这一问题，但联系到近年来引人注目的中医体质学，就体质(body constitution)的重要性和地位而言，相当于前述量化的脉搏波系统中的本构关系。近代中医体质学的开创人王琦[26-27]把人体生命过程中，在先天禀赋和后天获得的基础上所形成的形态结构、生理功能和心理状态方面综合的、相对稳定的固有特质称之为“体质”，并提出 9 种基本类型体质：平和质、气虚质、阳虚质、阴虚质、痰湿质、湿热质、瘀血质、气郁质和特禀质等。名老中医王晖则将体质学说、阴阳五行、易理洛书等引入五行体质，形成了五行体质观：木型体质、火型体质、土型体质、金型体质和水型体质。但还没有定量化的描述。如果能够把中医的体质与本文量化的脉搏波系统本构方程之间建立定量的内在联系，显然是很有意义的，是值得进一步研究的。

4 由地震波来诊断震情(一种广义损伤)

中医把脉是通过脉搏波来诊断病人生命体偏离正常运行的状态—病情(一种广义的损伤演化和强度问题)。与此相类似，地震预报相当于给地球把脉，通过地震波来诊断地球板块偏离安全而可能发生地震的状态—震情，这是另一种广义的损伤演化和强度问题。

尹祥础正确地指出[30-31]：“地震的孕育过程就是震源区介质的损伤、演化并最终导致破坏的过程，这一过程主要是力学过程”；并相应地提出“加卸载响应比地震预测”新思路，试图通过“加卸载响应比”(load-unload response ratio，LURR)的测量来把握震源区介质的损伤演化过程及预测其与破坏相对应的临界状态。

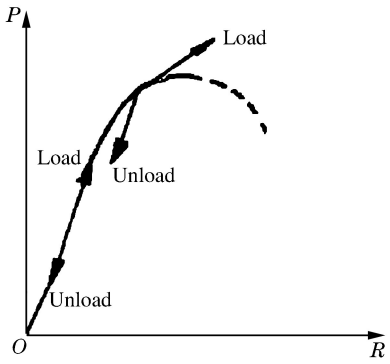

图 6 加卸载响应比概念之示意

Fig. 6 Schematics of the concept of load-unload response ratio

LURR 理论的出发点是：损伤演化过程表现在应力应变曲线上，如图 6 所示，加载时的变形模量小于卸载时的变形模量(或加载时的柔度大于卸载时的柔度)，其差异反映了材料损伤或力学性质劣化的程度。

引入如下定义的响应率 X(广义柔度)和加卸载响应比 Y：

$$X=\lim_{\Delta P\to 0}\frac{\Delta R}{\Delta P},\quad Y=\frac{X_+}{X_-} \tag{18}$$

式中：P 和 R 分别为载荷和响应，如图 6 所示；X_+ 和 X_- 分别为加载的响应率和卸载的响应率。当介质处于线弹性阶段时，$X_+=X_-$，$Y=1$；到了损伤阶段，由于 $X_+>X_-$，就有 $Y>1$。随着损伤的增加，Y 增大，直至临近破坏，Y 达到其峰值。因此，Y 可定量刻画震源区介质的损伤程度，其变化可以作为地震发生的前兆现象。

如何对尺度为上百公里甚至是上千公里的地壳板块进行加载和卸载？方法之一就是利用由月亮和太阳引力产生的固体潮对地壳加、卸载。方法之二是利用在地震学中常用的地震能量(在实验中用声发

射能量)来定义加卸载响应比：

$$Y_{\mathrm{E}}=\sum_{i=1}^{N_{+}}(E_i^m)_{+}\Big/\sum_{i=1}^{N_{-}}(E_i^m)_{-} \tag{19}$$

式中：E 为地震时辐射的地震波能量，N_{+} 和 N_{-} 分别为加载和卸载过程中发生的地震次数，m 取 0 ～ 1 的任意值。

用已发生的上百例地震资料进行检验，证明加卸载响应比方法效果良好，80％以上的震例表明：在地震孕育初期，Y 在 1 附近波动；在强震来临的时候，Y 会升高；然后，Y 升高到最大值(明显大于 1)；在主震发生的前夕，Y 又会迅速下降[30]。

与此同时，尹祥础也指出，虽然“取得了一些新认识、新成果，但距离地震预测的宏伟目标，还有很长的路要走…”。LURR 理论的主体思路和本文前几节的思路是一致的，结合上述有关材料损伤演化和强度以及脉搏波反演的讨论，至少可以从以下 3 方面对 LURR 理论作进一步的发展：

(1)LURR 理论是建立在线弹性本构关系基础上的，表观加载曲线的非线性都归为损伤演化。其实，更一般情况下，表观应力应变曲线的非线性乃是材料本构非线性与损伤演化响应之耦合。如果要把 LURR 理论推广到非线性本构关系，就要区分本构非线性响应和损伤演化所致的非线性响应。

(2)不要光停留在地震波本身的分析上，要通过地震波信息去反演更为本质的本构关系及相耦合的损伤演化，这样至少要在相邻 3 点处对地球板块“把脉”(三点律)。

(3)从相邻 3 点处实测的地震波反演出含损伤演化的本构曲线后，还要进一步区分相耦合的损伤演化信息及规律。

期望上述几点考虑有助于提升 LURR 理论，通过地震波来给地球把脉，以实现更有效的地震预报。

5　结　论

(1)材料动态强度是材料在动载荷作用下抵抗流变、损伤演化直至破断的能力，以计及应变率效应为特征。

(2)破断主要是损伤演化过程的后果，而损伤与流变是耦合在一起发展的；从含损伤的表观本构关系如何把两者解耦是研究的难点和关键。

(3)基于损伤演化微观/细观研究的热激活机理及实验，发现宏观损伤的动态演化也遵循热激活演化律(TADE 模型)，并为实验研究所证实。

(4)为中医脉诊客观化研究提出了一个新途径，即通过相邻 3 处的脉搏波信息来定量反演脉搏波系统的正常及病态本构关系(与中医的体质相当)，由此反映生命体偏离正常状态的程度—病情(广义的损伤演化和强度)。

(5)地震预报是通过地震波信息来诊断地球偏离正常运行的状态(震情)—另一种广义的损伤演化和强度。与 LURR 理论相结合，建议至少在相邻 3 点处对地球板块“把脉”，从同时测得的地震波来反演含损伤演化的载荷-响应曲线，进而从中将两者加以区分。这将有利于提高地震预报的有效性。

参考文献：

[1]　中国大百科全书总委员会. 中国大百科全书：力学[M]. 北京：中国大百科全书出版社，1985：397.

[2]　Timoshenko S P. Strength of materials[M]. New York：Van Nostrand Company，1930.

[3]　Lindholm U S. Review of dynamic testing techniques and material behavior[C]// Proceedings of Conference on Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain. London：Institute of Physics，1974：3-21.

[4]　Kachanov L M. Time of the rupture process under creep conditions[J]. Izv AN SSSR Otd Tekhn Nauk，1958，8：26-31.

[5]　王礼立. 绝热剪切：材料在冲击载荷下的本构失稳[M]. 王礼立，余同希，李永池. 冲击动力学进展. 合肥：中国科学技术大学出版社，1992：3-33.

[6]　王礼立，蒋昭镳，陈江瑛. 材料微损伤在高速变形过程中的演化及其对率型本构关系的影响[J]. 宁波大学学报(理

工版),1996,9(3):47-55.

Wang Lili, Jiang Zhaobiao, Chen Jiangying. Micro-damage evolution in high velocity deformation and its influence on rate-dependent constitutive relation of materials[J]. Journal of Ningbo University (Natural Science & Engineering Edition), 1996,9(3):47-55.

[7] Wang Lili, Jiang Zhaobiao, Chen Jiangying. Studies on rheological relation of materials by taking account of rate-dependent evolution of internal defects at high strain rates[M]// Wang Ren. Rheology of Bodies with Defects. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999:167-178.

[8] Huang Dejin, Shi Shaoqiu, Wang Lili. Studies on rate-dependent evolution of damage and its effects on dynamic constitutive response by using a random fuse network model[M]// Chiba A, Tanimura S, Hokamoto K. Impact Engineering and Application. Tokyo: Elsevier Science Ltd., 2001:743-748.

[9] Wang Lili, Zhou Fenghua, Sun Zijian, et al. Studies on rate-dependent macro-damage evolution of materials at high strain rates[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2010,19(7):805-820.

[10] Wang Lili, Hu Shisheng, Yang Liming, et al. Development of experimental methods for impact testing by combining Hopkinson pressure bar with other techniques[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2014,27(4):331-344.

[11] 王礼立,胡时胜,杨黎明,等.材料动力学[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2016.

[12] Curran D R, Shockey D A, Seaman L. Dynamic fracture criteria for a polycarbonate[J]. Journal of Applied Physics, 1973,44(9):4025-4038.

[13] Seaman L, Curran D R, Shockey D A. Computational models for ductile and brittle fracture[J]. Journal of Applied Physics, 1976,47(11):4814-4826.

[14] Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic failure of solid[J]. Physics Report, 1987,147(5/6):253-388.

[15] Curran D R, Seaman L. Simplified models of fracture and fragmentation[C]// High-pressure Shock Compression of Solids II: Dynamic Fracture and Fragmentation. New York: Springer-Verlag, 1996:340-365.

[16] Zhurkov S N, Sanfirova T P. The temperature and time dependence of the strength of pure metals[J]. DoklAkad-Nauk SSSR, 1955,101:237.

[17] 周风华,王礼立,胡时胜.有机玻璃在高应变率下的损伤型非线性粘弹性本构关系及破坏准则[J].爆炸与冲击,1992,12(4):333-342.

Zhou Fenghua, Wang Lili, Hu Shisheng. A damage-modified nonlinear visco-elastic constitutive relation and failure criterion of PMMA at high strain-rates[J]. Explosion and Shock Waves, 1992,12(4):333-342.

[18] Wang Lili, Xu Mingqiao, Shi Shaoqiu. Application of BP neural network to SHPB technique for the investigation of impact response of polymers[C]// Proceedings of 2003 SEM Annual Conference on Experimental and Applied Mechanics. Charlotte, North Carolina, USA, 2003:167-174.

[19] 王礼立,赖华伟,孙紫建,等.高聚物计及损伤演化的动态变形和断裂[J].宁波大学学报(理工版),2003,16(6):372-380.

Wang Lili, Lai Huawei, Sun Zijian, et al. Dynamic deformation and fracture of polymers taking account of damage evolution[J]. Journal of Ningbo University (Natural Science & Engineering Edition), 2003,16(6):372-380.

[20] Xu Mingqiao, Wang Lili. A new method for studying the dynamic response and damage evolution of polymers at high strain rates[J]. Mechanics of Materials, 2006,38(1/2):68-75.

[21] Wang L, Xu M, Zhu J, et al. A method of combined SHPB technique and BP neural network to study impact response of materials[J]. Strain, 2006,42(3):149-158.

[22] Sun Zijian, Wang Lili. Studies on impact constitutive behavior and dmage evolutionfor PP/PA polymer blends at large deformation[J]. Journal de Physique IV, 2006,134:117-124.

[23] Wang Lili, Wang Hui. Mechanics modeling and inverse analyses of pulse wave system from the view-point of traditional Chinese medicine[C]// Proceedings of ASME 2016 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Busan, South Korea, 2016: OMAE2016-55106.

[24] 王礼立,王晖.脉搏波系统的力学模型及反演兼对若干中医学问题的讨论[J].力学学报,2016,48(6):1416-1424.

Wang Lili, Wang Hui. Mechanical modeling and inverse analyses of pulsewaves system with discussions on some concepts in the traditional Chinese medicine[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016,48

(6)：1416-1424.
[25] Wang Lili. Foundations of stress waves[M]. Amsterdam：Elsevier，2007.
[26] 王琦. 中医体质学[M]. 北京：人民卫生出版社，2009.
[27] 王琦. 九种体质使用手册[M]. 长春：北方妇女儿童出版社，2010.
[28] 王晖. 体质的中医保健[M]. 宁波：宁波出版社，2009.
[29] 王晖. 全国名老中医王晖学术经验撷英[M]. 北京：中国中医药出版社，2014.
[30] 尹祥础. 地震预测新途径的探索[J]. 中国地震，1987，3(1)：1-7.
Yin Xiangchu. The new approach of earchquake prediction[J]. Earthquake Research in China，1987，3(1)：1-7.
[31] 尹祥础. 加卸载响应比理论及其应用[M]. 北京：科学出版社，2016.

Talk about dynamic strength and damage evolution

Wang Lili[1]，Hu Shisheng[2]，Yang Liming[1]，Dong Xinlong[1]，Wang Hui[3]
(1. *MOE Key Laboratory of Impact and Safety Engineering*，*Ningbo University*，*Ningbo* 315211，*Zhejiang*，*China*；
2. *CAS Key Laboratory for Mechanical Behavior and Design of Materials*，*University of Science and Technology of China*，*Hefei* 230027，*Anhui*，*China*；
3. *Wang Hui Workroom*，*Ningbo Hospital of Traditional Chinese Medicine*，*Ningbo* 315000，*Zhejiang*，*China*)

Abstract：The strength of a material is traditionally understood as its ability to resist flow/deformation and breakage (brittle fracture or ductile rupture) under applied load. The breakage，though looking like an abrupt occurrence，actually results from a strain-rate/time dependent process of damage evolution. The difficulty in studying dynamic damage evolution lies in that the damage evolution and the flow/deformation process are coupled and influence each other. It was found that the dynamic evolution of macro-damage could be successfully described by the thermo-activated damage evolution model. Based on this model，the damage evolution and the flow/deformation can be decoupled from the experimentally measured apparent stress-strain curve with damage evolution，and the related material parameters can be determined. Such an approach is then generalized to the objective study of the TCM pulse. The normal and pathological constitutive relations of the pulse wave system can be inversely determined by pulse wave signals，and then the degree of deviation from the normal condition (illness state) of patients can be diagnosed，and their illness state can be regarded as a kind of generalized damage. The same approach is further generalized to the study of earthquake prediction through the ‘pulse-taking for the earth’. Combined with the load-unload response ratio theory，by measuring the seismic wave signals on three adjacent positions，the nonlinear constitutive load-response curve with damage evolution can be inversely determined for the tectonic plates of the earth concerned，then the degree of the damage can be finally discriminated，which is the key information for an improved earthquake prediction.

Keywords：dynamic strength；damage evolution；dynamics of materials；pulse wave；earthquake prediction

(责任编辑　张凌云)