

DOI: 10.11883/bzycj-2023-0368

相变对 TiNi 合金薄壁管中波速的影响*

崔世堂¹, 赵红宇², 董方栋³, 张永亮¹

(1. 中国科学技术大学近代力学系中科院材料力学行为和设计重点实验室, 安徽 合肥 230027;

2. 中国人民解放军 32213 部队, 河北 张家口 075499;

3. 瞬态冲击技术重点实验室, 北京 102202)

摘要: 形状记忆合金在受到强冲击荷载作用时会发生相变, 而相变对其结构件的动态力学响应影响显著。本文采用同时考虑静水压力和偏应力影响的相变临界准则, 推导了增量型的相变本构模型。基于广义特征理论, 得到了复杂应力状态下特征波速的解析表达式。特征波速不仅和材料本身的力学参数(如拉压不对称性和混合相的模量)有关, 还和材料所处的应力状态有关。对因相变导致体积膨胀的 TiNi 合金而言, 拉压不对称性系数的增大会提高慢波的波速, 而对快波几乎没有影响。在相变椭圆的短轴处($\alpha = 90^\circ$), 慢波的波速最低, 并随混合相无量纲模量的增大而显著减低, 混合相无量纲模量由 2 增加至 5 时, 波速降低幅度为 36.2%, 而快波的波速达到最大值 c_0 , 和混合相的模量无关; 在相变椭圆的长轴处($\alpha = 180^\circ$), 慢波的速度达到最大值, 而快波的波速达到最小值 c_2 。

关键词: 相变; 复合应力波; 薄壁管; TiNi 合金; 伪弹性

中图分类号: O347.4

国标学科代码: 13015

文献标志码: A

Effect of phase transformation on wave speeds in TiNi alloy thin-walled tube

CUI Shitang¹, ZHAO Hongyu², DONG Fangdong³, ZHANG Yongliang¹

(1. CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, Department of Modern Mechanics,

University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China;

2. Unit 32213 of People's Liberation Army of China, Zhangjiakou 075499, Hebei, China;

3. Science and Technology on Transient Impact Laboratory, Beijing 102202, China)

Abstract: Shape memory alloys undergo phase transformation under strong impact loads, and the phase transformation has a significant impact on the dynamic mechanical response of their structural components. Based on the phase transformation critical criterion considering both hydrostatic pressure and deviatoric stress effects, an incremental constitutive model of phase transformation is derived. The analytical expression of characteristic wave speed under complex stress state is obtained based on the generalized characteristic theory. The characteristic wave speed is not only related to the mechanical parameters of the material itself (such as the tension-compression asymmetry and the modulus of the mixed phase), but also related to the stress state of the material. For TiNi alloys with volume expansion due to phase transformation, the increase of tensile-compressive asymmetry coefficient will increase the wave speed of slow waves, while having almost no effect on fast waves. At the short axis of the phase transformation ellipse ($\alpha = 90^\circ$), the wave speed of slow waves is the lowest and decreases significantly with the increase of the dimensionless modulus of the mixed phase. When the dimensionless modulus of the mixed phase increases from 2 to 5, the wave speed decreases by 36.2%, while the wave speed of fast waves reaches the maximum value c_0 , which is independent of the modulus of the mixed phase; at the long axis of the phase transformation ellipse ($\alpha = 180^\circ$), the speed of

* 收稿日期: 2023-08-30; 修回日期: 2024-05-10

第一作者: 崔世堂(1978—), 男, 博士, 副研究员, cui@ustc.edu.cn

通信作者: 张永亮(1987—), 男, 博士, 副研究员, zyld@ustc.edu.cn

slow waves reaches the maximum value, and the wave speed of fast waves reaches the minimum value c_2 .

Keywords: phase transformation; composite stress wave; thin-walled tube; TiNi alloy; pseudo-elastic

固体材料在受到高速撞击、爆炸等强冲击荷载作用时,可能会发生屈服甚至相变。1956年, Bancroft 等^[1]采用炸药爆炸加载的方法发现了铁的 α 相至 ε 相的转变,从而迎来了冲击相变的研究热潮。冲击加载下加载点的信息是通过应力波的形式向外传播的,相变信息也将由应力波携带并传播。形状记忆合金(shape memory alloy, SMA)是一种典型的相变材料,在一定条件下处于伪弹性状态或形状记忆状态。由于 SMA 兼具功能性和结构强度,在抗冲击方面具有独特的优越性,在军事及工程领域得到越来越多的关注^[2-3]。在强冲击载荷作用下,相变后材料的力学性能会发生根本性变化,相变会强烈改变介质中冲击波的波形,在材料的内部会形成三波结构波阵面以及卸载冲击波,对材料和结构的动态响应和破坏特性产生重大影响。因此,研究相变材料内应力波的传播规律,对探索新的现象和机制、设计更加有效的抗冲击结构具有重要意义^[4]。

目前,关于冲击相变对应力波传播规律的影响方面的研究,仍以一维冲击加载为主。Chen 等^[5]和 Bekker 等^[6]针对冲击载荷作用下半无限长杆中相变对应力波的传播影响开展了研究,但未涉及相关的卸载问题。王文强等^[7]利用 CdS 型相变本构模型^[8]研究了加、卸载条件下相边界的演化规律。Tang 等^[9]提出了一种通过冲击加载制备梯度材料的方法,适当调整卸载的应力边界条件,可以使处于混合相的材料变为变密度梯度材料,这种材料的材料组分连续变化,在材料内部并没有宏观上的边界。Dai 等^[10]通过分析和计算的方法,研究了相变应力波的传播演化规律,发现卸载相边界存在分岔、加速等奇异现象,研究结果表明这些现象和一阶相变的强非线性有关。此外, Niemczura 等^[11]通过实验方法研究了冲击拉伸条件下多晶 NiTi 合金相边界的传播规律。基于内变量相变本构模型, Zhu 等^[12]对矩形载荷作用下杆件内相变对应力波的传播进行了系统研究。和常规弹塑性材料不同的是,处于伪弹性状态的相变材料在强间断卸载后会产生卸载冲击波,经过多次相互作用后会在冲击端产生拉应力区。Liu 等^[13]借助于碲镉汞红外探测装置研究了温度对应力波的影响,结果表明温度和相变相互耦合,会强烈影响应力波的传播。

大量的研究表明,不同加载条件下的相变现象会有所不同。Plietsch 等^[14]通过一维拉压实验,发现 TiNi 合金在拉伸和压缩条件下存在强度差异效应,即拉-压不对称性。Orgéas 等^[15]对各向同性的多晶 TiNi 合金开展了一系列的实验,包括准静态拉伸、压缩和剪切,指出拉-压不对称性是 TiNi 合金固有的性质。在复杂应力状态下, LExcellent 等^[16]针对薄壁圆管进行了拉-扭组合加载实验,从晶体学角度出发给出了应力空间中的相变临界面预测模型,理论模型和实验结果基本吻合。此外,还有学者对 TiNi 薄壁圆管开展了双轴比例加载及非比例加载下的力学性能实验^[17-22],这些实验多局限于准静态条件下,目的是寻求可以精确反映相变行为的本构模型,而在复合应力下相变材料内应力波传播方面的研究并不多。最近, Song 等^[23-24]建立了薄壁圆管内相变复合应力波传播的控制方程,发现在圆管的端部突加纯扭载荷至材料处于混合相状态,其内会先出现弹性压缩波,展现出相变影响下截然不同的应力波图谱,但材料完全进入马氏体相后应力波的传播规律,却没有涉及。考虑到材料进入二相后的硬化效应, Wang 等^[25-26]采用数值方法重新研究了这一问题,发现了波系结构的变化现象和波前状态的自调整过程。马氏体相区的弹性波追赶混合相区的复合应力波,从而在管内形成冲击波, Cui 等^[27]把混合相区和马氏体相区统一起来进行考虑,对 TiNi 合金管内复合应力波的传播现象进行了数值研究。

管作为一种典型的构件,在抗冲击、吸能领域有着广泛的应用。TiNi 材料在相变过程中不仅形状会发生改变,而且体积也会发生变化^[4, 28]。材料进入混合相后复合应力波的波速并不是恒定的,而和材料所处的应力状态有关,这在以往的文献中并没有过多的探讨。了解管内应力波的传播速度,可以用于判断结构缺陷的位置、评估结构损伤程度,为结构安全评估和维护提供有力支撑。本文以处于伪弹性状态的 TiNi 合金薄壁圆管为研究对象,基于广义特征理论构建相变应力波波速的解析表达式,并分析影响应力波波速的因素。

1 控制方程

1.1 基本方程

设有一半无限长薄壁圆管, 其截面中心为原点 O , 其轴线为 x 轴建立如图 1 所示的坐标系。圆管的端面突然受到共同作用的轴向力 F 和扭矩 M 。设管壁厚度为 δ , 平均半径为 R , $\delta \ll R$, 且管壁不受外载作用, 忽略径向惯性效应的影响, 从而可以把薄壁管内应力波的传播问题进一步简化为只包含一个空间变量的应力波传播问题^[29]。假设材料的密度为 ρ , σ 、 ε 和 u 分别为管内轴向应力、应变和质点的轴向速度, τ 、 γ 和 v 分别为切应力和切应变和质点的切向速度。记为:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \gamma \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (1)$$

据轴向和环向的位移连续条件, 用矢量表示的连续性方程可写为:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

考虑物质微元 $\delta R d\theta dx$, 其轴向和环向的运动方程可以统一的写成:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

1.2 相变临界准则

处于伪弹性状态的 TiNi 合金在相变过程中会伴随着体积发生变化, 这在宏观上表现出拉压不对称性。Auricchio 等^[30] 提出了一种 Drucker-Prager 型的相变临界准则及数值求解策略, 可以描述这种拉压不对称性。Qidwai 等^[31] 建立了 NiTi 合金的热力学本构模型, 较好地解释了拉压不对称性。郭杨波等^[32] 建立了同时考虑到偏应力和静水压力影响的三维相变本构模型, 较好地吻合了实验结果, 其相变临界准则为:

$$p\varepsilon_v^{pt} + \sigma_e \gamma_{ef}^{pt} = \Phi(\zeta, T) \quad (4)$$

式中: 上标“pt”代表相变; p 为静水压力, σ_e 为 von Mises 等效应力, ε_v^{pt} 为体积应变, γ_{ef}^{pt} 为等效偏应变; ζ 为体积含量; T 为温度。由于强冲击加载可视为绝热过程, 式 (4) 中已经隐含了温度的影响, 可以不需要显式地讨论温度的影响; 此外, 在冲击过程中并没有考虑相变速率的影响, 即相变速率足够高, 可以不用考虑应变率效应^[4]。

对于图 1 所示的薄壁管, 管内的静水压力为 $p = \sigma/3$, von Mises 等效应力 $\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ 。引入拉压不对称系数 α 和与相变功相关的参数 k :

$$\alpha = \frac{\varepsilon_v^{pt}}{3\gamma_{ef}^{pt}}, \quad k = \frac{\Phi}{\gamma_{ef}^{pt} \sqrt{3(1-\alpha^2)}} \quad (5)$$

参数 α 和 k 可以通过实验来确定。利用式 (5), 式 (4) 可简化为^[4,26]:

$$f(\sigma, \tau) = \frac{\sigma_v^2}{\theta^2} + \tau^2 = k^2 \quad (6)$$

式中: $\sigma_v = \sigma + \beta k$, $\beta = \alpha \sqrt{3/(1-\alpha^2)}$, $\theta = \sqrt{3/(1-\alpha^2)}$ 。根据式 (6), 对于相变时体积膨胀 ($\alpha > 0$), 相变临界面为中心向左偏移的椭圆, 中心偏移的距离为 βk ; 当相变体积缩小时 ($\alpha < 0$), 相变临界面为中心向右偏移的椭圆, 如图 2 所示。

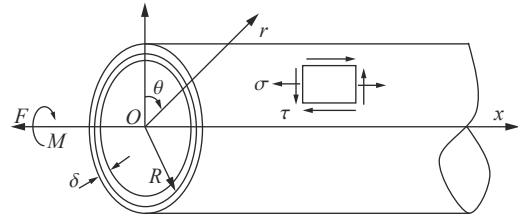


图 1 半无限长薄壁管

Fig. 1 Schematic of semi-infinitely thin-walled tubes

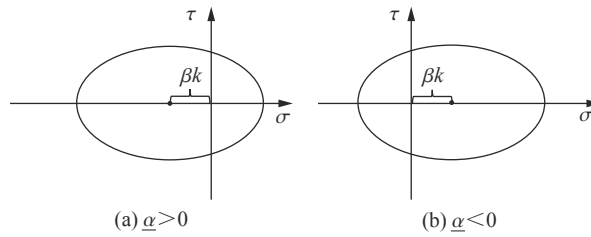


图 2 相变椭圆^[23,26]

Fig. 2 Phase transformation ellipse in the σ - τ plane

1.3 本构关系

在纯相区, 相变材料的本构关系可以用胡克定律来表示。对于处于混合相的相变材料而言, 根据 Drucker 公设, 其应变增量可以写为:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} d\sigma_{kk} + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7)$$

式中: ν 为材料的泊松比, E 为弹性模量, $d\lambda$ 为表征相变应程度量的量, δ_{ij} 为 Kronecker 符号。和常规弹塑性材料类似, 相变材料薄壁管内的相变功的增量可写为:

$$dW^p = \sigma d\varepsilon^{pt} + \tau d\gamma^{pt} \quad (8)$$

式中: $d\varepsilon^{pt}$ 和 $d\gamma^{pt}$ 为相变引起的正应变和剪应变增量。

联立式 (6)~(8), 可以得到:

$$d\lambda = \frac{\theta^2}{2} \frac{dW^p}{\sigma\sigma_v + \theta^2\tau^2} \quad (9)$$

对强化材料而言, 相变功的增量 dW^p 和 dk 之间的关系与加载方式无关, 可以通过一维条件下的拉伸或剪切试验来确定。在一维准静态拉伸加载条件下, 应力增量和相变功增量的关系为:

$$\frac{d\sigma}{E_m} = \frac{d\sigma}{E} + \frac{dW^p}{\sigma} \quad (10)$$

式中: E_m 为混合相区应力-应变曲线的斜率。对于简单拉伸或压缩, 联立式 (6) 和 (8)~(10), 可以得到:

$$d\lambda = \frac{S\theta^2}{2} kdk \quad (11)$$

$$S = \frac{\theta_v^2}{\sigma\sigma_v + \tau^2\theta^2} \left(\frac{1}{E_m} - \frac{1}{E} \right) \quad (12)$$

式中: θ_v 为和材料相关的参数, 拉伸时其表达式为 $\theta_v = \theta - \beta$, 压缩时 $\theta_v = -(\theta + \beta)$ 。联立式 (6)、(7)、(11) 和 (12), 可以得到相变材料的增量型本构关系为:

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon \\ d\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E + S\theta_v^2/\theta^2 & S\sigma_v\tau \\ S\sigma_v\tau & 1/G + S\tau^2\theta^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中: G 为剪切弹性模量。

1.4 特征波速

将式 (1) 代入式 (2) 和式 (3), 得到控制方程的矩阵形式:

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = \mathbf{0} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{H} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{O} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_1 & H_2 \\ H_2 & H_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{W} = (\mathbf{u}^T, \boldsymbol{\sigma}^T)^T$, 上标 “T” 代表转置; \mathbf{I} 为二阶单位矩阵; \mathbf{O} 为二阶零矩阵。显然, 矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 及 \mathbf{H} 都

是实对称的。根据式 (13) 和 (15), 不难得到矩阵 \mathbf{H} 中各项的具体表达式。根据广义特征理论, 薄壁管中的特征波速 c 是由矩阵 \mathbf{B} 相对于矩阵 \mathbf{A} 的特征值所决定的^[29], 即:

$$\|\mathbf{B} - c\mathbf{A}\| = 0 \quad (16)$$

利用式 (15), 式 (16) 的符号左端可以改写成如下的形式:

$$\|\mathbf{B} - c\mathbf{A}\| = \left\| \begin{array}{cc} -\rho c \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} - \rho c^2 \mathbf{H} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{I} & \mathbf{I}/\rho c \\ \mathbf{O} & \mathbf{I}/\rho c \end{array} \right\| \quad (17)$$

进一步化简式 (17), 可得:

$$\|\mathbf{B} - c\mathbf{A}\| = (\rho c)^2 \|\mathbf{I} - \rho c^2 \mathbf{H}\| \left(\frac{1}{\rho c}\right)^2 \quad (18)$$

将式 (18) 代入式 (16), 即:

$$\|\mathbf{H} - \varphi \mathbf{I}\| = 0 \quad (19)$$

式中: $\varphi = 1/(\rho c^2)$ 。通过上面的方法, 将式 (16) 求解四阶矩阵的特征值问题简化为求解二阶矩阵的特征值问题。将式 (19) 展开, 可得:

$$\Pi(\varphi) = \left(\frac{1}{E} - \varphi\right) \left(\frac{1}{G} - \varphi\right) + S \left[\left(\frac{1}{E} - \varphi\right) \tau^2 \theta^2 + \left(\frac{1}{G} - \varphi\right) \frac{\sigma_v^2}{\theta^2} \right] = 0 \quad (20)$$

当材料处于混合相区时, $S \neq 0$, 可以求出式 (20) 的两个根为:

$$\varphi_{s,f} = \frac{(H_1 + H_3) \pm \sqrt{(H_1 - H_3)^2 - 4H_2^2}}{2} \quad (21)$$

式中: 下角标 s 和 f 用于区别方程 2 个根, 分别对应慢波解和快波解, 相应的“±”分别取“+”和“-”。

当材料进入混合相区, 根据式 (6), 引入参数 α , 即:

$$\sigma_v = \theta k \sin \alpha, \quad \tau = k \cos \alpha \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (12), 可得:

$$S = \frac{\theta^2}{k^2 \theta (\theta - \beta \cos \alpha)} \left(\frac{1}{E_m} - \frac{1}{E} \right) \quad (23)$$

把 θ 和 β 的表达式代入式 (23), 由于拉压不对称系数 $\alpha \leq 1$, 不难发现 $S > 0$ 。根据式 (20), 显然 $\Pi(+\infty) > 0$, $\Pi(1/G) < 0$, $\Pi(1/E) > 0$, 所以式 (20) 的两个根 φ_s 和 φ_f 必然满足如下的关系:

$$\frac{1}{E} < \varphi_f < \frac{1}{G} < \varphi_s < +\infty \quad (24)$$

即薄壁管内的相变应力波的波速应满足下式:

$$c_0 \geq c_f \geq c_2 \geq c_s > 0 \quad (25)$$

式中: c_f 和 c_s 为快波和慢波的波速, $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ 为弹性纵波波速, $c_2 = \sqrt{G/\rho}$ 为弹性横波波速。

2 应力状态对波速的影响

当材料处于纯奥氏体相或者纯马氏体相时, $S=0$, 此时管内传播的是互不耦合的纵波和横波, 其波速分别为 c_0 和 c_2 , 传播的速度只和材料参数有关, 与材料所处的应力状态无关; 材料处于混合相区时, $S \neq 0$, 由式 (15) 和 (21) 可以看出, 此时快波和慢波的波速不仅和材料参数有关, 还和应力状态有关。在式 (21) 两端同时乘以 E 并取倒数, 可以得到慢波和快波的无量纲波速为:

$$\underline{c}_{s,f} = \frac{c_{s,f}}{c_0} = \left\{ \frac{2}{E \left[(H_1 + H_3) \pm \sqrt{(H_1 - H_3)^2 - 4H_2^2} \right]} \right\}^{1/2} \quad (26)$$

式中: “±”取“+”时代表无量纲慢波波速, 取“-”代表无量纲快波波速。定义无量纲量

$$\bar{H}_i = EH_i \quad i = 1, 2, 3 \tag{27}$$

联立式 (12)、(15)、(22) 和 (28), 可以得到:

$$\begin{cases} \bar{H}_1 = 1 + a_1 \cos^2 \alpha \\ \bar{H}_2 = \theta a_1 \cos \alpha \sin \alpha \\ \bar{H}_3 = 2(1 + \nu) + a_1 \sin^2 \alpha \end{cases} \tag{28}$$

无量纲慢波和快波的表达式可简化为:

$$c_{s,f} = \left(\frac{2}{3 + 2\nu + a_1 a_2 \pm \sqrt{(1 + 2\nu)^2 - 2(1 + 2\nu)a_1 a_3 + a_1^2 a_2^2}} \right)^{1/2} \tag{29}$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\theta^2}{\theta^2 - \theta\beta\cos\alpha} \left(\frac{E}{E_m} - 1 \right) \\ a_2 = \cos^2 \alpha + \theta^2 \sin^2 \alpha \\ a_3 = \cos^2 \alpha - \theta^2 \sin^2 \alpha \end{cases} \tag{30}$$

2.1 拉压不对称性对波速的影响

对于 TiNi 合金而言, 相变过程中由于伴随着体积发生变化, 在宏观力学性能上呈现出拉-压不对称性, 从而使得相变椭圆在 $\sigma-\tau$ 平面上沿着 σ 轴移动。相变椭圆关于 σ 轴对称, 椭圆的上半部分如图 3 所示, 其中, τ_M 为应力椭圆上的最大剪应力; k_1 为相变起始时的相变功相关参数。

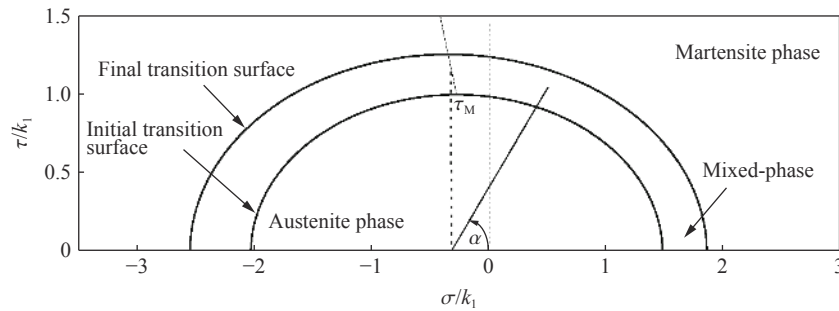


图 3 $\sigma-\tau$ 平面上的相变椭圆($\alpha > 0$)

Fig. 3 Phase transformation ellipse in the $\sigma-\tau$ plane ($\alpha > 0$)

图 4 显示了拉压不对称性对应力波波速的影响, 图中: 实线和虚线分别代表无量纲快波和慢波; 黑色、蓝色和紫色线分别代表 $\alpha=0, 0.1$ 和 0.2 , 其中泊松比 $\nu=0.3, E_m/E=0.1$ 。从图中可以看出, α 的变化对快波的影响并不大; 而慢波的波速却随着 α 的增大而增大。同时, 快波的波速是先增大后减小, 在切应力最大处快波的波速最大, 其值为 c_0 ; 而慢波的波速随着参数 α 的增大先减小后增大, 应力状态在 σ 轴($\alpha=0^\circ$ 或 180°) 上慢波速度达到最大为 c_2 。此外, 对于不考虑拉压不对称的材料($\alpha=0$), 关于椭圆短轴(τ 轴)对称的应力状态, 即应力状态 (σ, τ) 和 $(-\sigma, \tau)$, 快波和慢速的波速并不改变, 如常规的弹塑性材料; 而

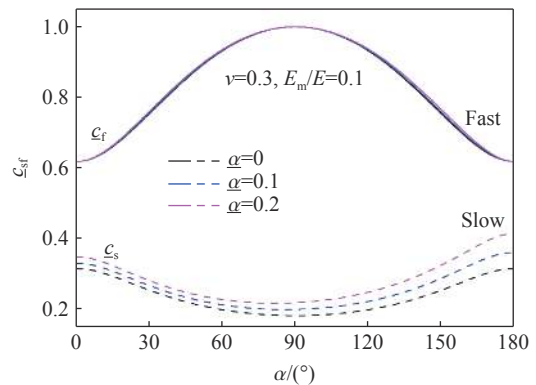


图 4 拉压不对称性对快波和慢波波速的影响

Fig. 4 Effect of tension and compression asymmetry on wave speed of fast wave and slow wave

对于拉压不对称材料($\alpha \neq 0$), 根据式 (29) 和图 4, 即使应力状态关于短轴对称, 快波和慢波的波速却并不相同: 以拉压不对称系数 $\alpha=0.2$ 的材料为例, 当 $\alpha=30^\circ$ 时, 无量纲慢波和快波的速度分别为 0.285 和 0.755, 而 $\alpha=150^\circ$ 无量纲慢波和快波的速度分别为 0.322 和 0.774。

2.2 混合相模量对波速的影响

图 5 给出了混合相模量对相变应力波波速的影响, 图中虚线表示无量纲慢波波速, 实线表示无量纲快波波速。从图 5 上可以看出, 混合相的模量对波速的影响程度和应力状态高度相关。对于快波, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 快波的速度为 c_0 , 和混合相的模量无关; α 增大或者减小时, 快波波速显著降低——当 α 增大至 150° 时, 混合相无量纲模量由 2 增加至 5 时, 无量纲快波波速由 0.851 降至 0.783, 降低幅度为 8.0%。对于慢波, 随着混合相模量的增大, 慢波的波速显著减低——当 $\alpha=90^\circ$ 时, 混合相无量纲模量由 2 增加至 5 时, 无量纲慢波波速由 0.445 降低至 0.284, 降低幅度为 36.2%。

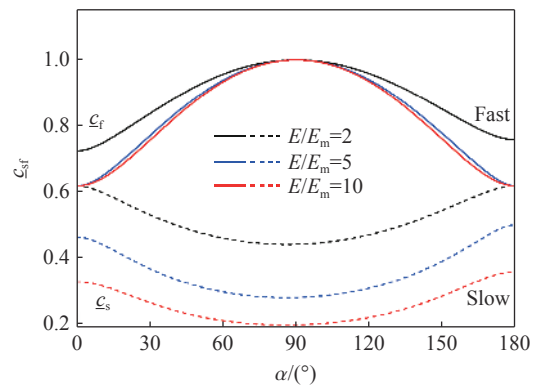


图 5 混合相模量对相变应力波波速的影响($\alpha=0.1$)

Fig. 5 Effect of E/E_m on phase transformation wave speed ($\alpha=0.1$)

3 结 论

针对 TiNi 合金相变后存在剪切变形和体积膨胀的特性, 利用综合考虑静水压力和偏应力的相变临界准则, 得到了增量型的相变本构模型及处于伪弹性状态下 TiNi 合金薄壁管内应力波传播的控制方程。借助于广义特征理论, 得到了应力波传播速度的函数表达式。研究表明, 相变区内应力波波速不仅与材料本身的力学参数有关, 还与材料所处的应力状态有关。对于相变后体积膨胀的 TiNi 合金而言, 由于材料拉压不对称性的存在, 应力状态关于相变椭圆短轴对称时, 快波和慢波的波速并不具有对称性。在相变椭圆的短轴处 ($\alpha=90^\circ$), 慢波的波速最低, 并随混合相无量纲模量的增大而显著减低, 混合相无量纲模量由 2 增加至 5 时, 波速降低幅度为 36.2%, 而快波的波速达到最大值 c_0 , 和混合相的模量无关; 在相变椭圆的长轴处 ($\alpha=180^\circ$), 慢波的速度达到最大值, 而快波的波速达到最小值 c_2 。

参考文献:

- [1] BANCROFT D, PETERSON E L, MINSHALL S. Polymorphism of iron at high pressure [J]. *Journal of Applied Physics*, 1956, 27(3): 291–298. DOI: 10.1063/1.1722359.
- [2] GUIDA M, SELLITTO A, MARULO F, et al. Analysis of the impact dynamics of shape memory alloy hybrid composites for advanced applications [J]. *Materials*, 2019, 12(1): 153. DOI: 10.3390/ma12010153.
- [3] GUPTA A K, VELMURUGAN R, JOSHI M, et al. Studies on shape memory alloy-embedded GFRP composites for improved post-impact damage strength [J]. *International Journal of Crashworthiness*, 2019, 24(4): 363–379. DOI: 10.1080/13588265.2018.1452549.
- [4] 唐志平. 相变应力波 [M]. 北京: 科学出版社, 2022: 194–247.
TANG Z P. Stress waves with phase transition [M]. Beijing: Science Press, 2022: 194–247.
- [5] CHEN Y C, LAGOUDAS D C. Impact induced phase transformation in shape memory alloys [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(2): 275–300. DOI: 10.1016/S0022-5096(99)00044-7.
- [6] BEKKER A, JIMENEZ-VICTORY J C, POPOV P, et al. Impact induced propagation of phase transformation in a shape memory alloy rod [J]. *International Journal of Plasticity*, 2002, 18(11): 1447–1479. DOI: 10.1016/S0749-6419(02)00025-6.

- [7] 王文强, 唐志平. 冲击下宏观相边界的传播 [J]. *爆炸与冲击*, 2000, 20(1): 25–31. DOI: 10.3321/j.issn:1001-1455.2000.01.005.
WANG W Q, TANG Z P. Propagation of macroscopic phase boundary under shock loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2000, 20(1): 25–31. DOI: 10.3321/j.issn:1001-1455.2000.01.005.
- [8] TANG Z P, GUPTA Y M. Shock-induced phase transformation in cadmium sulfide dispersed in an elastomer [J]. *Journal of Applied Physics*, 1988, 64(4): 1827–1837. DOI: 10.1063/1.341782.
- [9] TANG Z P, DAI X. A preparation method of functionally graded materials with phase transition under shock loading [J]. *Shock Waves*, 2006, 15(6): 447–452. DOI: 10.1007/s00193-006-0048-8.
- [10] DAI X Y, TANG Z P, XU S L, et al. Propagation of macroscopic phase boundaries under impact loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2004, 30(4): 385–401. DOI: 10.1016/s0734-743x(03)00090-3.
- [11] NIEMCZURA J, RAVI-CHANDAR K. Dynamics of propagating phase boundaries in NiTi [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2006, 54(10): 2136–2161. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.04.003.
- [12] ZHU P P, DAI H H. Wave propagation in a shape memory alloy bar under an impulsive loading [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2016, 83(10): 104502. DOI: 10.1115/1.4034115.
- [13] LIU Y G, SHEN L Y, CHEN Y J, et al. Thermomechanical coupling effect on the phase transition wave propagation in an SMA TiNi bar subjected to shock loading [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 235: 107710. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107710.
- [14] PLIETSCH R, EHRlich K. Strength differential effect in pseudoelastic NiTi shape memory alloys [J]. *Acta Materialia*, 1997, 45(6): 2417–2424. DOI: 10.1016/S1359-6454(96)00354-0.
- [15] ORGÉAS L, FAVIER D. Stress-induced martensitic transformation of a NiTi alloy in isothermal shear, tension and compression [J]. *Acta Materialia*, 1998, 46(15): 5579–5591. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00167-0.
- [16] LEXCELLENT C, BLANC P. Phase transformation yield surface determination for some shape memory alloys [J]. *Acta Materialia*, 2004, 52(8): 2317–2324. DOI: 10.1016/j.actamat.2004.01.022.
- [17] GRABE C, BRUHNS O T. Path dependence and multiaxial behavior of a polycrystalline NiTi alloy within the pseudoelastic and pseudoplastic temperature regimes [J]. *International Journal of Plasticity*, 2009, 25(3): 513–545. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.002.
- [18] MEHRABI R, ANDANI M T, KADKHODAEI M, et al. Experimental study of NiTi thin-walled tubes under uniaxial tension, torsion, proportional and non-proportional loadings [J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(6): 1151–1164. DOI: 10.1007/s11340-015-0016-2.
- [19] WANG X M, ZHOU Q T, LIU H, et al. Experimental study of the biaxial cyclic behavior of thin-wall Tubes of NiTi shape memory alloys [J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2012, 43(11): 4123–4128. DOI: 10.1007/s11661-012-1225-2.
- [20] FARAJPOUR M R, SHAHIDI A R, FARAJPOUR A. A nonlocal continuum model for the biaxial buckling analysis of composite nanoplates with shape memory alloy nanowires [J]. *Materials Research Express*, 2018, 5(3): 035026. DOI: 10.1088/2053-1591/aab3a9.
- [21] SITTNER P, HARA Y, TOKUDA M. Experimental study on the thermoelastic martensitic transformation in shape memory alloy polycrystal induced by combined external forces [J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1995, 26(11): 2923–2935. DOI: 10.1007/bf02669649.
- [22] SUN Q P, LI Z Q. Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion—from localization to homogeneous deformation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39(13/14): 3797–3809. DOI: 10.1016/S0020-7683(02)00182-8.
- [23] SONG Q Z, TANG Z P. Combined stress waves with phase transition in thin-walled tubes [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(3): 285–296. DOI: 10.1007/s10483-014-1791-7.
- [24] 宋卿争. 复合加载下 NiTi 合金力学特性和相变波的研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014: 95–120.
SONG Q Z. Mechanical properties and phase transition waves of NiTi alloy under combined stresses [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014: 95–120.
- [25] WANG B, TANG Z P. Study on the propagation of coupling shock waves with phase transition under combined tension-

- torsion impact loading [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2014, 57(10): 1977–1986. DOI: 10.1007/s11433-014-5468-3.
- [26] 王波. 相变材料及聚合物中的复合应力波研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2017: 23–41.
WANG B. Research on stress waves of phase transition material and polymer under combined stress [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2017: 23–41.
- [27] CUI S T, LIANG L L. Influence of phase transformation on stress wave propagation in thin-walled tubes [J]. *Waves in Random and Complex Media*. DOI: [10.1080/17455030.2022.2164631](https://doi.org/10.1080/17455030.2022.2164631).
- [28] LAGOUDAS D C. Shape memory alloys: modeling and engineering applications [M]. New York: Springer, 2008.
- [29] 李永池. 波动力学 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2015: 210–223.
LI Y C. Wave mechanics [M]. Hefei: China University of Science and Technology Press, 2015: 210–223.
- [30] AURICCHIO F, PETRINI L. A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations: thermomechanical coupling and hybrid composite applications [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 61(5): 716–737. DOI: 10.1002/nme.1087.
- [31] QIDWAI M A, LAGOUDAS D C. On thermomechanics and transformation surfaces of polycrystalline NiTi shape memory alloy material [J]. *International Journal of Plasticity*, 2000, 16(10/11): 1309–1343. DOI: 10.1016/S0749-6419(00)00012-7.
- [32] 郭扬波, 唐志平, 徐松林. 一种考虑静水压力和偏应力共同作用的相变临界准则 [J]. *固体力学学报*, 2004, 25(4): 417–422. DOI: 10.3969/j.issn.0254-7805.2004.04.009.
GUO Y B, TANG Z P, XU S L. A critical criterion for phase transformation considering both hydrostatic pressure and deviatoric stress effects [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2004, 25(4): 417–422. DOI: 10.3969/j.issn.0254-7805.2004.04.009.

(责任编辑 王小飞)