

DOI: 10.11883/bzycj-2023-0438

细观非均匀介质中的耦合波动传播*

陆建华¹, 袁良柱¹, 谢雨珊¹, 陈美多¹, 王鹏飞¹, 徐松林^{1,2}

(1. 中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和设计重点实验室, 安徽 合肥 230027;
2. 中国地震局地震预测研究所高压物理与地震科技联合实验室, 北京 100036)

摘要: 非均匀介质在自然界中十分常见, 针对细观非均匀介质的波动力学行为和非均匀性描述的研究具有重要意义并充满挑战。建立了反映细观非均匀材料压剪耦合特性的一般压剪耦合本构关系, 提出了描述材料非均匀性的耦合系数, 并建立了广义波动方程。广义波动方程数值分析表明, 耦合系数的正负、取值和组合与应力/应变张量共同影响耦合波动传播过程。作为算例, 给出了一阶近似的压剪耦合参数确定的本构关系以及3个压剪耦合特征波速的表达式, 并利用有限差分法得到了耦合压缩波和剪切波的传播过程。研究了4个非均匀性耦合系数对应力状态、耦合波速和波传播过程的影响。耦合压缩波速反映了剪切对压缩的耦合效应和体积压实效应2种机制的竞争, 耦合剪切波速反映了压缩对剪切的耦合效应和介质持续畸变带来的剪切弱化效应2种机制的竞争。这些机制可通过压剪耦合参数的不同组合来实现。应用真三轴实验系统测量了花岗岩、由砂浆制成的模型材料、具有粗骨料的水泥砂浆制成的材料3种非均匀介质在不同压剪应力下的纵波波速。结果表明, 体积压实效应普遍存在, 而非均匀程度越高, 材料伸缩的同时完成切向的畸变导致压缩波的速度显著降低, 剪切对纵波波速的影响越占据主导。理论计算结果与实验结果整体趋势基本一致。本研究可为非均匀材料的波速和动态力学性能研究提供物理机制方面的解释。

关键词: 非均匀性; 压剪耦合效应; 广义波动方程; 本构关系; 波速

中图分类号: O347 国标学科代码: 13015 文献标志码: A

Coupled wave propagation in meso-scale heterogeneous medium

LU Jianhua¹, YUAN Liangzhu¹, XIE Yushan¹, CHEN Meiduo¹, WANG Pengfei¹, XU Songlin^{1,2}

(1. CAS Key Laboratory for Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China;

2. United Laboratory of High-Pressure Physics and Earthquake Science, Institute of Earthquake Forecasting, China Earthquake Administration, Beijing 100036, China)

Abstract: Heterogeneous media are very common in nature. Due to the complex internal structure, the heterogeneous compressive shear coupled stress field is inside heterogeneous media, which leads to a mutual influence of compression and shear waves. The study of wave mechanics behavior and description of heterogeneity in heterogeneous media is of great significance and full of challenges. This article establishes a general constitutive relationship that reflects the compression shear coupling characteristics of heterogeneous materials, proposes coupling coefficients to describe material heterogeneity, combines momentum conservation law to establish a generalized wave equation, and provides a general method for solving the generalized wave equation. As an example, expressions for the three characteristic wave velocities of compression shear coupling under the first-order compression shear coupling constitutive relationship are provided, and the finite difference

* 收稿日期: 2023-12-12; 修回日期: 2024-02-29

基金项目: 国家自然科学基金(11672286, 11872361); 高压物理与地震科技联合实验室开放基金(2019HPPES01); 中国石油与中国科学院重大战略合作项目(2015A-4812); 中央高校基本科研业务费专项资金(WK2480000008)

第一作者: 陆建华(1997—), 男, 博士研究生, lujianhua@mail.ustc.edu.cn

通信作者: 徐松林(1971—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, slxu99@ustc.edu.cn

method is employed to obtain the propagation process of coupled compression and shear waves. The effects of four heterogeneous coupling coefficients on stress state, coupled wave velocity, and wave propagation process are studied. The positive and negative values of coupling parameters and their combinations reflect the structural characteristics of heterogeneous media and also determine the properties of compression shear coupling waves. For heterogeneous media with high-pressure effects, shear dilation effects, and shear weakening effects, the coupled compression wave velocity is lower than the elastic compression wave velocity corresponding to uniform media, and the coupled shear wave velocity is higher than the elastic shear wave velocity. The effect of shear on compression delays the propagation of compressive stress, while compression promotes the propagation of shear. Coupled compression wave velocity is the result of the competition between the coupling effect of shear on compression and the volume compaction effect. Coupled shear wave velocity is the result of the competition between the coupling effect of compression on shear and the shear weakening effect caused by continuous distortion of the medium. These mechanisms could be achieved through different combinations of compression shear coupling parameters. A true triaxial experimental testing system was used to measure the longitudinal wave velocity of granite, model materials made of mortar, and materials made of cement mortar with coarse aggregates under different compressive and shear stresses. The results indicate that for heterogeneous media, the longitudinal wave velocity decreases with the increase of static water pressure and equivalent shear stress, and the shear expansion and shear weakening effects dominate. The experimental results and theoretical results have the same trend. The conclusion of this study is expected to provide a physical mechanism explanation for the phenomenon of the variation of wave velocity with stress state in heterogeneous materials.

Keywords: heterogeneity; compression-shear coupling effect; generalized wave equation; constitutive relationship; wave velocity

非均匀固体介质在自然界中十分常见,其通常由不同力学性能(如密度、模量、泊松比等)和不同几何特征的固体相以及孔洞和空隙构成,具有复杂的多尺度、非均匀、非连续结构^[1]。从宏观上建立反映材料内部非均匀性特征的本构关系,并提出描述非均匀性的参数非常重要且充满挑战^[2]。压剪耦合效应是非均匀介质的特性,非均匀相之间会产生复杂的相互作用,即使在均匀的外部边界载荷下,材料内部也会形成复杂的应力状态分布以及出现应力集中的局部化现象。如在单轴压缩载荷下,非均匀材料内部同时出现了压缩、拉伸和剪切应力及变形^[3-4]。目前已有许多针对非均匀介质压剪耦合效应的研究,如岩石^[5-6]、玻璃^[7]、混凝土^[8]、金属陶瓷^[9]、颗粒介质^[10]等。材料的非均匀性使得压缩应力、剪切应力与体积变形和剪切变形间相互耦合,同时存在。材料的失效和破坏也具有压缩与剪切相互关联的特点^[11-13]。

非均匀介质的压剪耦合效应在动力学领域表现为压缩波与剪切波耦合传播的现象。已通过实验观察到,压缩波携带局部剪切变形的信息,而剪切波携带局部压缩变形的信息^[6, 14]。由于两者的相互作用,介质中实际测试到的波速与压缩波速和剪切波速不同^[15-19],地震研究中一般称为首至波(primary wave, P波)和次达波(secondary wave, S波)。实验中还发现了其他非典型的应力波,例如慢P波^[20]、第二S波^[21]、亚瑞利波和超剪波的转化^[22-27]等。这些与应力状态相关的波的物理机制尚存在较多争议。从非均匀介质压剪耦合波传播的角度,有望对这些波的传播特性做出解释。

目前,学者们已经开展了大量的实验研究静水压力对岩石和矿物压缩波和剪切波波速的影响规律^[28-33],在高压状态下,非均匀介质中压缩波和剪切波的速度随静水压力的变化非常显著,初期近似为线性关系;随着静水压力的进一步增加,压缩波和剪切波波速的增长速度变缓^[32-33],并逐渐保持不变^[31],甚至出现了局部下降的现象^[28-29]。针对压剪耦合波速的研究较少,现有研究主要集中在进入塑性流动后介质中压剪耦合波的传播规律。事实上,由于外载荷作用下非均匀介质中必然存在非均匀的局部变形场,因此,非均匀介质中的压剪耦合效应在低应力水平也是存在的。

基于介质非均匀性产生的压剪耦合特性,本文中,通过引入压剪耦合参数来建立其压剪耦合本构关系,结合动力学方程得到压剪耦合的广义波动方程。结合刚度矩阵给出广义波动方程的耦合压缩波速和2个耦合剪切波速的表达式。为求解压剪耦合波传播特性,给出广义波动方程的差分格式。作为算

例, 选取一阶压剪耦合本构关系, 引入压剪耦合参数, 研究耦合参数对介质中应力状态、耦合波速的影响。采用真三轴动态实验系统, 测试花岗岩、砂浆模型材料和含有粗骨料的水泥砂浆材料在不同静水压力和等效剪应力下的纵波波速, 并与理论计算的波速进行对比。

1 细观非均匀介质的本构描述

细观非均匀介质的力学行为一般具有各向异性特征。在动力学分析中, 由于加载速度非常高, 很难真实反映这种各向异性, 因此, 这种各向异性介质可视为具有复杂微细观结构的材料, 由此建立反映一定局部效应的微元体(或代表性单元)的控制方程进行相关研究。本文中, 研究对象限定在细观非均匀而宏观各向同性的代表性单元体, 其内部包含孔隙、裂纹等微细观缺陷以及多种非均匀相等。对于各向同性介质, 根据广义胡克定律, 球量部分和偏量部分可以分别表示为:

$$p = K\Delta \quad (1)$$

$$\sqrt{J_2} = 2G\sqrt{I_2} \quad (2)$$

式中: p 为静水压力, Δ 为体应变, $\sqrt{J_2}$ 为等效剪应力, $\sqrt{I_2}$ 为等效剪应变, K 和 G 分别为体积模量和剪切模量。

对于非均匀材料, 需要引入压剪耦合效应。已有研究^[34]表明: 静水压力和等效剪应力会同时影响介质的体积模量和剪切模量。此时, K 和 G 均为 p 和 $\sqrt{J_2}$ 的函数, $K=K(p, \sqrt{J_2})$, $G=G(p, \sqrt{J_2})$ 。由此, 可用泰勒级数将函数 $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 分别展开^[35]:

$$K(p, \sqrt{J_2}) = K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(p \frac{\partial}{\partial p} + \sqrt{J_2} \frac{\partial}{\partial \sqrt{J_2}} \right)^n K(p, \sqrt{J_2}) = K_0 + K_1 p + K_2 \sqrt{J_2} + K_3 p^2 + K_4 p \sqrt{J_2} + K_5 J_2 + \dots \quad (3)$$

$$G(p, \sqrt{J_2}) = G_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(p \frac{\partial}{\partial p} + \sqrt{J_2} \frac{\partial}{\partial \sqrt{J_2}} \right)^n G(p, \sqrt{J_2}) = G_0 + G_1 p + G_2 \sqrt{J_2} + G_3 p^2 + G_4 p \sqrt{J_2} + G_5 J_2 + \dots \quad (4)$$

式中: K_0 为初始体积模量, $K_0=K(0, 0)$; G_0 为初始剪切模量, $G_0=G(0, 0)$ 。

介质的非均匀性由 $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 体现。当介质均匀时, $K=K_0$, $G=G_0$, 参数 K_n ($n=1, 2, 3, \dots$) 和 G_n 均为零; 当介质非均匀时, $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 不再为常数, 参数 K_n 和 G_n 分别对应于 $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 对 p 和 $\sqrt{J_2}$ 的各阶偏导数, 反映了非均匀介质的压剪耦合程度, 因此, K_n 和 G_n ($n \neq 0$) 也称为耦合参数。参数越大, 介质的压剪耦合影响越明显, 介质的非均匀性程度也越大。因此, 参数 K_n 和 G_n 可用于描述介质的非均匀性。分别联立式(1)和(3)、式(2)和(4), 得到:

$$p = (K_0 + K_1 p + K_2 \sqrt{J_2} + K_3 p^2 + K_4 p \sqrt{J_2} + K_5 J_2 + \dots) \Delta \quad (5)$$

$$\sqrt{J_2} = 2(G_0 + G_1 p + G_2 \sqrt{J_2} + G_3 p^2 + G_4 p \sqrt{J_2} + G_5 J_2 + \dots) \sqrt{I_2} \quad (6)$$

式(5)~(6)表明: 对于均匀材料, $K_n=G_n=0$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 此时体应力仅与体应变相关, 剪应力仅与剪应变相关; 而对于非均匀材料, 有隐函数形式的 $p(\Delta, \sqrt{I_2})$ 和 $\sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2})$, 此时, 体应变和等效剪应变均对静水压力和等效剪应力存在影响。式(5)~(6)建立了压剪耦合的本构关系。基于 $p=p(\Delta, \sqrt{I_2})$ 和 $\sqrt{J_2}=\sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2})$, 压剪耦合本构关系可以进一步写为:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}) = & [K_0 + K_1 p(\Delta, \sqrt{I_2}) + K_2 \sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2}) + K_3 p^2(\Delta, \sqrt{I_2}) + K_4 p(\Delta, \sqrt{I_2}) \sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2}) + \\ & K_5 J_2(\Delta, \sqrt{I_2}) + \dots] \Delta \delta_{ij} + 2 [G_0 + G_1 p(\Delta, \sqrt{I_2}) + G_2 \sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2}) + G_3 p^2(\Delta, \sqrt{I_2}) + \\ & G_4 p(\Delta, \sqrt{I_2}) \sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2}) + G_5 J_2(\Delta, \sqrt{I_2}) + \dots] e_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: σ_{ij} 为应力; $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ 为应变; δ_{ij} 为克罗内克尔符号, 当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij}=0$, 当 $i=j$ 时, $\delta_{ij}=1$; e_{ij} 为应变偏张量。

2 细观非均匀介质的广义波动方程

2.1 广义波动方程的建立

动量守恒方程为:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (8)$$

式中: ρ 为材料密度, $X_j (j=1, 2, 3)$ 为拉格朗日坐标, t 为时间, $u_i (i=1, 2, 3)$ 为位移。

联立式 (7)~(8), 可得用空间坐标和时间为自变量表示的广义波动方程:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(K + \frac{1}{3} G \right) \frac{\partial \Delta}{\partial X_i} + G \nabla^2 u_i + M_{ij} \frac{\partial \Delta}{\partial X_j} + N_{ij} \frac{\partial \sqrt{I_2}}{\partial X_j} \quad (9)$$

式中: M_{ij} 和 N_{ij} 为压剪耦合矩阵。 M_{ij} 和 N_{ij} 的表达式为:

$$\begin{cases} M_{ij} = A \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta \delta_{ij} + B \frac{\partial}{\partial \Delta} e_{ij} \\ N_{ij} = A \frac{\partial}{\partial \sqrt{I_2}} \Delta \delta_{ij} + B \frac{\partial}{\partial \sqrt{I_2}} e_{ij} \\ A = K_1 p + K_2 \sqrt{J_2} + K_3 p^2 + K_4 p \sqrt{J_2} + K_5 J_2 + \dots \\ B = 2 \left(G_1 p + G_2 \sqrt{J_2} + G_3 p^2 + G_4 p \sqrt{J_2} + G_5 J_2 + \dots \right) \end{cases} \quad (10)$$

式 (10) 即为细观非均匀介质的广义波动方程。特别地, 对于均匀介质, $K_n = G_n = 0$, 则广义波动方程退化为传统弹性波动方程:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(K_0 + \frac{1}{3} G_0 \right) \frac{\partial \Delta}{\partial X_i} + G_0 \nabla^2 u_i \quad (11)$$

对比式 (9) 和 (11) 可知: 广义波动方程多出了由于压剪耦合效应而产生的 2 个耦合张量。压剪耦合系数 K_n 和 G_n 以及应变分量的改变都会改变广义波动方程的形式, 最终影响非均匀介质压缩波和剪切波的传播。

2.2 广义波动方程的特征方程和波速

参考三维空间中地震波波速的推导过程, 考虑三维空间中的平面波传播。

为建立位移梯度与应力分量的关系, 引入刚度矩阵 $\mathbf{H}^{[16, 29]}$, 定义为:

$$H_{ij} \equiv \partial z_i / \partial q_j \quad (12)$$

式中: z_i 为垂直于波传播方向的平面上的应力分量; 位移梯度 $q_i = \partial u_i / \partial X_1$, X_1 为波的传播方向。结合压剪耦合本构关系, 可得到刚度矩阵的表达式为:

$$H_{ij} = R_{ij} + \frac{\partial R_{ik}}{\partial q_j} q_k = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3} G + q_1 \left(\frac{\partial K}{\partial q_1} + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial q_1} \right) & q_1 \left(\frac{\partial K}{\partial q_2} + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial q_2} \right) & q_1 \left(\frac{\partial K}{\partial q_3} + \frac{4}{3} \frac{\partial G}{\partial q_3} \right) \\ q_2 \frac{\partial G}{\partial q_1} & G - q_2 \frac{\partial G}{\partial q_2} & q_2 \frac{\partial G}{\partial q_3} \\ q_3 \frac{\partial G}{\partial q_1} & q_3 \frac{\partial G}{\partial q_2} & G - q_3 \frac{\partial G}{\partial q_3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: R_{ij} 为转化矩阵, $R_{11} = K + 4G/3$, $R_{22} = R_{33} = G$, 其余分量为零。

将刚度矩阵代入位移连续关系, 可得到用速度分量和位移分量表示的连续方程:

$$H_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial X_1} - \frac{\partial z_i}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

联立位移连续性关系式 (14) 和动量守恒方程式 (8), 即得到波动方程组。Li 等^[16] 的研究表明: 方程组存在简单波解, 其中, 特征方程为刚度矩阵的行列式, 波速则由刚度矩阵的特征值得到。因此, 若刚度矩阵特征值为 $\eta_i (i=1, 2, 3)$, 则对应的波速 c_i 为:

$$c_i = \sqrt{\eta_i/\rho} \quad (15)$$

上述分析表明,一旦考虑压剪耦合的刚度矩阵 \mathbf{H} 确定,与广义波动方程式 (9) 对应的特征方程和波速表达式均可以确定。具体步骤如下:若已知压剪耦合本构关系 $p(\Delta, \sqrt{J_2})$ 和 $\sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{J_2})$,则压剪耦合模量 K 和 G 可由式 (3)~(4) 确定,继而压剪耦合的刚度矩阵 \mathbf{H} 可由式 (13) 确定。

刚度矩阵的表达式也同时携带压剪耦合信息,因此,非均匀介质的波速也与静水压力(体应变)、等效剪应力(等效剪应变)、压剪耦合系数 K_n 和 G_n 有关。需注意的是:刚度矩阵 \mathbf{H} 为非对称矩阵。这也意味着在平面波阵面上,非均匀介质中存在 2 个波速大小不等、传播方向不垂直的横波(剪切波, S 波)。这是压剪耦合作用的必然结果。Lu 等^[35] 的研究表明:压剪耦合本构关系可以描述介质的非正交流动行为;压剪耦合本构关系所描述的主应力和主应变并不是沿着同一方向发展,其方向角的差异性随应力/应变的增大而增大。因此,考虑压剪耦合作用的刚度矩阵存在 3 个不等的特征值,对应存在 3 个不同的波速。3 个波速的差异反映出耦合效应导致的各向异性。在较低的应力状态作用下,可反映各向异性的声弹性特征。

2.3 广义波动方程的有限差分形式

广义波动方程式 (8) 是一个非线性的二阶偏微分方程,很难得到其解析解。为了得到广义波动方程下波的传播形式,采用有限差分法对其进行数值求解。将时间变量写在离散变量的右上角,空间变量写在离散变量的右下角。设时间步长为 Δt ,空间步长为 Δx 。第 i 节点的位移 u (位置 $i\Delta t$) 对时间 t 的二阶导数的中心差分格式为:

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_i = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n + u_i^{n-1}}{(\Delta t)^2} \quad (16)$$

位移 u 在 $n\Delta t$ 时刻对空间的二阶导数的中心差分格式为:

$$\left. \nabla^2 u \right|_n = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \quad (17)$$

用 f_1 和 f_2 分别表示广义波动方程式 (8) 在波阵面纵向和横向的分量形式, u 和 w 分别表示纵向和横向的位移,广义波动方程差分格式为:

$$\begin{cases} \rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^n + u_i^{n-1}}{(\Delta t)^2} = f_1 \left(\frac{u_{i+1}^n - u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}, \frac{w_{i+1}^n - w_i^n + w_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \\ \rho \frac{w_{i,j}^{n+1} - w_{i,j}^n + w_{i,j}^{n-1}}{(\Delta t)^2} = f_2 \left(\frac{u_{i+1}^n - u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}, \frac{w_{i+1}^n - w_i^n + w_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \end{cases} \quad (18)$$

为了消除边界的影响,还需要添加透射边界条件(横向位移同理),即:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_i^n - u_{i-1}^n) \quad (19)$$

式中: c 为波速,可由 2.2 节中讨论的方法确定。再结合初始条件,即可完成广义波动方程的数值求解。

3 耦合系数对波传播的影响

一般而言,耦合系数 K_n 和 G_n 有无穷多项。考虑到函数 $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 的泰勒级数式 (3)~(4) 收敛,因此,为了简化问题,可选取表达式的主项,即一阶项进行分析。此时, $K(p, \sqrt{J_2})$ 和 $G(p, \sqrt{J_2})$ 分别简化为:

$$K = K_0 + K_1 p + K_2 \sqrt{J_2} \quad (20)$$

$$G = G_0 + G_1 p + G_2 \sqrt{J_2} \quad (21)$$

式中: K_1 、 K_2 、 G_1 和 G_2 为耦合参数,有明确的物理意义。在宏观尺度下, $K_1 = \partial K / \partial p$, 表示介质的体积压缩变形效应; $K_2 = \partial K / \partial \sqrt{J_2}$, 表示介质的剪胀效应; $G_1 = \partial G / \partial p$, 表示介质的高压剪切变形效应; $G_2 = \partial G / \partial \sqrt{J_2}$, 表示介质的剪切强化(弱化)效应。在细观尺度下,它们与孔隙度和材料非均匀导致的应变能

扰动相关联^[34-35]。值得注意的是: 在超高压或高度非均匀条件下, 需考虑式 (3)~(4) 的高阶项, 对于一般高压条件, 式 (20) 和 (21) 是合适的。

3.1 耦合系数对本构关系的影响

将式 (1)~(2) 和 (20)~(21) 联立, 得到 $p(\Delta, \sqrt{I_2})$ 和 $\sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2})$ 的显式形式:

$$p(\Delta, \sqrt{I_2}) = \left(\frac{K_0\Delta}{1-K_1\Delta} + \frac{K_2\Delta}{1-K_1\Delta} \frac{2G_0\sqrt{I_2}}{1-2G_2\sqrt{I_2}} \right) \left(1 - \frac{K_2\Delta}{1-K_1\Delta} \frac{2G_1\sqrt{I_2}}{1-2G_2\sqrt{I_2}} \right)^{-1} \quad (22)$$

$$\sqrt{J_2}(\Delta, \sqrt{I_2}) = \left(\frac{2G_0\sqrt{I_2}}{1-2G_2\sqrt{I_2}} + \frac{K_0\Delta}{1-K_1\Delta} \frac{2G_1\sqrt{I_2}}{1-2G_2\sqrt{I_2}} \right) \left(1 - \frac{K_2\Delta}{1-K_1\Delta} \frac{2G_1\sqrt{I_2}}{1-2G_2\sqrt{I_2}} \right)^{-1} \quad (23)$$

耦合系数对本构关系的影响如图 1 所示。计算参数如下: 非均匀介质的杨氏模量取 70 GPa, 泊松比取 0.2, 计算得到初始体积模量 $K_0=38.9$ GPa, 初始剪切模量 $G_0=29.1$ GPa, 体积应变 $\Delta=0.06$, 等效剪应变 $\sqrt{I_2}=0.03$ 。耦合参数 K_1 、 K_2 、 G_1 和 G_2 对静水压力 p 和等效剪应力 $\sqrt{J_2}$ 的影响分别如图 1(a)、(b)、(c) 和 (d) 所示。非均匀程度的改变使介质的应力状态发生改变, 在相同的体积应变和等效剪应变下, K_1 和 K_2 增大时, 静水压力 p 和等效剪应力 $\sqrt{J_2}$ 同时增大, 而增大 G_1 和 G_2 会降低静水压力 p 并提升等效剪应力 $\sqrt{J_2}$ 。注意到, 4 个参数的正负分别描述介质的不同特性, K_2 的正和负描述材料的剪胀(负)和剪缩(正), G_2 的正和负描述材料的剪切弱化(负)和剪切强化(正)。非均匀程度的增加, 即 $|K_2|$ 和 $|G_2|$ 的增大会产生机制不同的本构行为。因此, 4 个耦合参数的组合可用于不同特性的非均匀介质的本构描述。

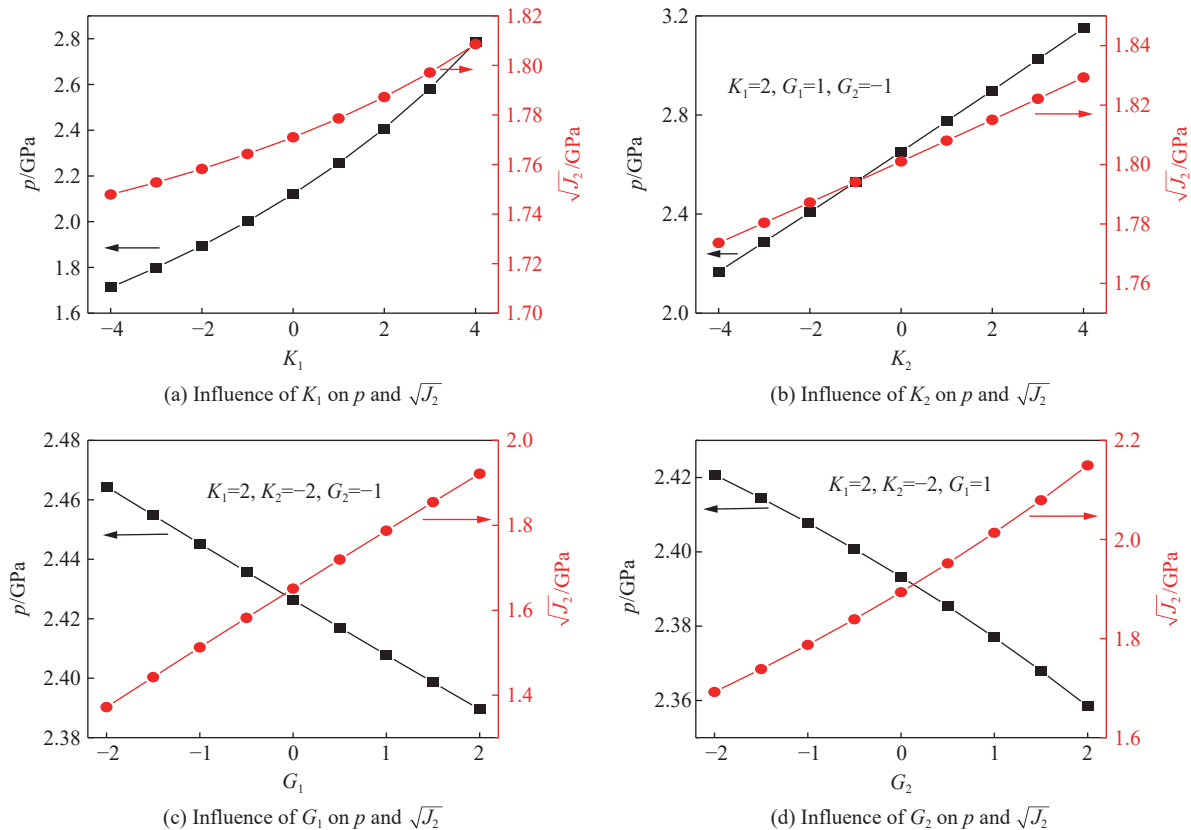


图 1 耦合参数对静水压力和等效剪应力的影响

Fig. 1 Influence of coupling parameters on hydrostatic pressure and equivalent shear stress

3.2 耦合系数对耦合波速的影响

根据式 (20)~(21), 广义波动方程形式可简化为:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(K + \frac{1}{3} G \right) \frac{\partial \Delta}{\partial X_i} + G \nabla^2 u_i + M_{ij}^1 \frac{\partial \Delta}{\partial X_j} + N_{ij}^1 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial X_j} \\ M_{ij}^1 = \left(K_1 \frac{\partial p}{\partial \Delta} + K_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \Delta} \right) \Delta \delta_{ij} + \left(2G_1 \frac{\partial p}{\partial \Delta} + 2G_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \Delta} \right) e_{ij} \\ N_{ij}^1 = \left(K_1 \frac{\partial p}{\partial \sqrt{J_2}} + K_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sqrt{J_2}} \right) \Delta \delta_{ij} + \left(2G_1 \frac{\partial p}{\partial \sqrt{J_2}} + 2G_2 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sqrt{J_2}} \right) e_{ij} \end{cases} \quad (24)$$

广义波动方程对应的特征方程为:

$$\begin{cases} (G - \eta)(\eta^2 - R_1 \eta + R_2) = 0 \\ R_1 = K + \frac{7}{3} G + q_1 \frac{\partial K}{\partial q_1} + \frac{4}{3} q_1 \frac{\partial G}{\partial q_1} + q_2 \frac{\partial G}{\partial q_2} + q_3 \frac{\partial G}{\partial q_3} \\ R_2 = \left(K + \frac{4}{3} G \right) G + \left(K + \frac{4}{3} G \right) \left(q_2 \frac{\partial G}{\partial q_2} + q_3 \frac{\partial G}{\partial q_3} \right) + G \left(q_1 \frac{\partial K}{\partial q_1} + \frac{4}{3} q_1 \frac{\partial G}{\partial q_1} \right) + \\ q_1 q_2 \left(\frac{\partial K}{\partial q_1} \frac{\partial G}{\partial q_2} - \frac{\partial K}{\partial q_2} \frac{\partial G}{\partial q_1} \right) + q_1 q_3 \left(\frac{\partial K}{\partial q_1} \frac{\partial G}{\partial q_3} - \frac{\partial K}{\partial q_3} \frac{\partial G}{\partial q_1} \right) \end{cases} \quad (25)$$

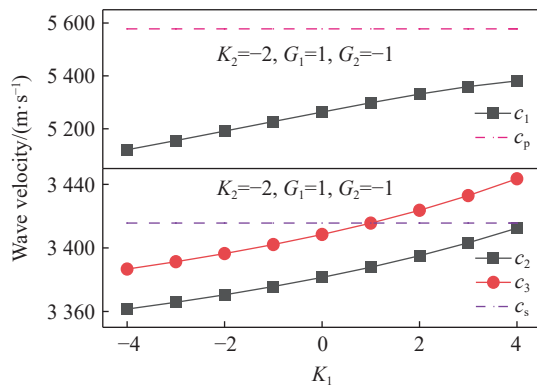
式中: 特征值 $\eta = \rho c^2$, c 为波速。特征方程存在 3 个特征值, 对应存在 3 个波速, 分别为:

$$c_1 = \sqrt{\frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 - 4R_2}}{2\rho}} \quad (26)$$

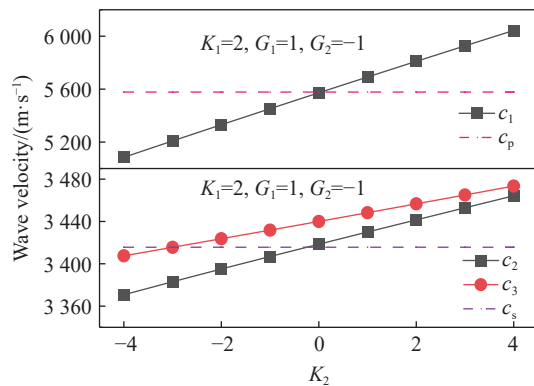
$$c_2 = \sqrt{\frac{R_1 - \sqrt{R_1^2 - 4R_2}}{2\rho}} \quad (27)$$

$$c_3 = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (28)$$

耦合剪切波速对应快波, 耦合剪切波速 c_2 和 c_3 对应慢波和第二 S 波。耦合压缩波速和耦合剪切波速通过耦合参数彼此关联, 耦合压缩波和剪切波同时与压缩变形和剪切变形有关。保持与图 1 相同的计算参数, 令密度为 $2\,500\text{ kg/m}^3$ 。耦合参数 K_1 、 K_2 、 G_1 和 G_2 对耦合压缩波速 c_1 和耦合剪切波速 c_2 和 c_3 的影响分别如图 2(a)、(b)、(c) 和 (d) 所示。将均匀材料对应的 K_1 、 K_2 、 G_1 和 G_2 条件下的压缩波速 $c_p = \sqrt{(K_0 + 4G_0/3)/\rho}$ 和剪切波速 $c_s = \sqrt{G_0/\rho}$ 作为对比。结果表明, K_2 和 G_2 对耦合压缩波速的影响更加显著, 而 G_1 和 G_2 对耦合剪切波速的影响更加显著。耦合系数的正负和绝对值的选取体现了不同的物理机制。耦合参数随应力的变化可为实验结果中体积模量和剪切模量(压缩波速和剪切波速)与静水压力的非线性关系^[28-33] 提供解释。



(a) Influence of K_1 on c_1 , c_2 and c_3



(b) Influence of K_2 on c_1 , c_2 and c_3

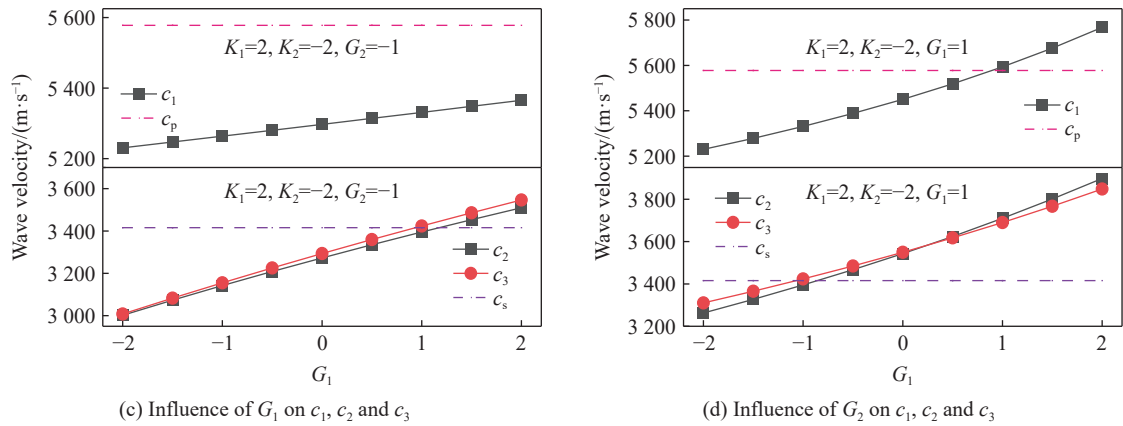


图 2 耦合参数对耦合压缩波速和耦合剪切波速的影响

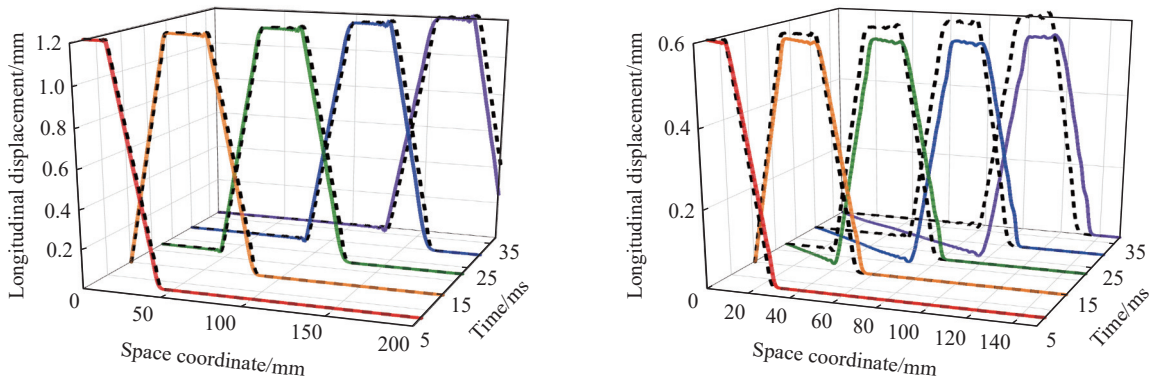
Fig. 2 Influence of coupling parameters on coupled compression wave velocity and coupled shear wave velocity

总结上述过程, 耦合压缩波速主要包含两部分影响: 第 1 部分为考虑剪切对压缩的耦合效应, 此时的耦合压缩波速低于一般的压缩波速, 其实质是介质完成伸缩的同时, 还要完成切向的畸变, 导致压缩波速度降低; 第 2 部分为考虑材料的体积压实效应, 此时介质的压缩波波速随压力的增加而增大。本文中分析的耦合压缩波速发展过程包含了这 2 种机制的竞争过程。耦合剪切波与耦合压缩波速相比存在差异, 耦合剪切波速也包含两部分影响: 第 1 部分为考虑压缩对剪切的耦合效应, 此时的耦合剪切波速高于一般的剪切波速, 其实质是压缩对介质中畸变的完成具有促进作用导致剪切波速度升高; 第 2 部分为考虑介质的持续畸变带来的剪切弱化效应, 此时介质的剪切波波速随持续畸变的发展而减小。本文中分析的耦合剪切波速发展过程包含了这 2 种机制的竞争过程。

3.3 耦合系数对波传播的影响

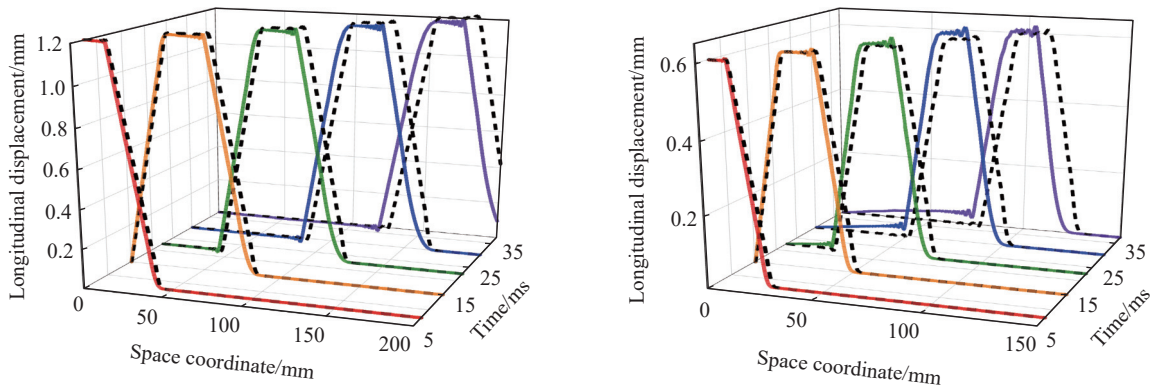
基于 2.3 节的有限差分方法进行数值计算。在计算区域的始端施加梯形位移边界条件。其中, 取冲击方向上的位移幅值为 1.2 mm, 垂直于冲击方向的位移幅值为 0.6 mm。2 个脉冲的上升时间、平台时间和下降时间均设置为 5 μs。初始时刻无位移场、无速度场。

为了分析耦合参数对压剪耦合波传播的影响, 保持其余计算参数不变, 选取 2 组具有明确物理意义的耦合参数^[29]进行压剪耦合波传播研究, 结果如图 3 所示。图 3(a) 和 (b) 展示了耦合参数为 K₁=4, K₂=-4, G₁=-1 和 G₂=2 的耦合压缩波和剪切波的传播, 图 3(c) 和 (d) 展示了耦合参数为 K₁=2, K₂=-2, G₁=0.5 和 G₂=-3, 的耦合压缩波和剪切波的传播。K₁=K₂=G₁=G₂=0 表示均匀介质, 将其结果作为对比, 对应图中黑色虚线。当 K₁=4, K₂=-4, G₁=-1 和 G₂=2 时, 耦合压缩波波速小于弹性压缩波速, 耦合剪切波速大于弹性剪切波速, 表明压剪耦合效应对耦合压缩波和剪切波起主要作用。此时耦合剪切波的脉宽有拉长的趋势。当 K₁=2, K₂=-2, G₁=0.5 和 G₂=-3 时, 耦合压缩波波速小于弹性压缩波速, 耦合剪切波速小



(a) Coupled compression wave when K₁=4, K₂=-4, G₁=-1, and G₂=2

(b) Coupled shear wave when K₁=4, K₂=-4, G₁=-1, and G₂=2



(c) Coupled compression wave when $K_1=2, K_2=-2, G_1=0.5,$ and $G_2=-3$ (d) Coupled shear wave when $K_1=2, K_2=-2, G_1=0.5,$ and $G_2=-3$

图 3 耦合参数对压剪耦合波传播的影响

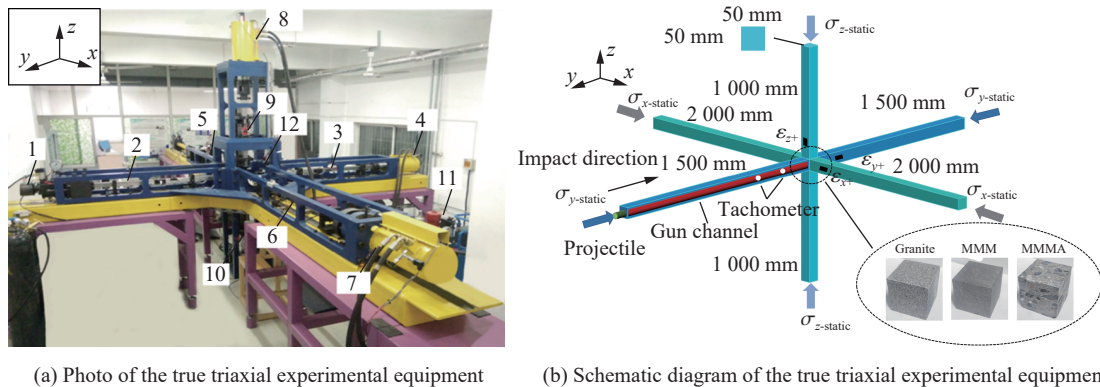
Fig. 3 Influence of coupling parameters on the propagation of compressive-shear coupled waves

于弹性剪切波速, 结果表明: 耦合效应是耦合压缩波的主要作用因素, 而持续剪切作用导致耦合剪切波的弱化。由于耦合效应中剪切畸变需要一定的完成时间, 减弱了压缩作用, 非均匀物体的波动传播慢于均匀介质。

4 耦合压缩波速的实验研究

4.1 真三轴动态实验系统

真三轴动态实验系统作为测试岩石和混凝土材料动态力学性能的设备^[36-38], 已经得到了广泛的应用^[39-40]。实验设备和示意图分别如图 4(a) 和 (b) 所示, 该设备可以有效地测量试样在不同压剪应力状态下的应力波波速。在实验中, 图 4(a) 中 3 个独立的伺服控制油缸 4、7 和 8, 通过正交三轴(即 x 轴、 y 轴和 z 轴)上的 6 根钢杆, 在立方体试件上施加 3 个轴向的静载, 分别记为 $\sigma_{x-static}$ 、 $\sigma_{y-static}$ 和 $\sigma_{z-static}$ 。施加三轴静载后, 通过图 4(a) 中 $y+$ 位置的发射装置 1, 将直径为 5 mm、长度为 20 mm 的平头弹以预定的速度射出。平头弹穿过 $y+$ 钢杆内的弹道, 撞击试样, 如图 4(b) 和 5(a) 所示, 钢杆内截面如图 5(b) 所示。在 $y+$ 钢杆内设置有激光传感器, 能够测量子弹撞击试样时的速度并提供触发信号, 如图 5(a) 所示。当子弹撞击试样时产生应力波, 并在 6 根钢杆处, 即 $x+$ 、 $x-$ 、 $y+$ 、 $y-$ 、 $z+$ 、 $z-$ 对应图 4(a) 中的 6、5、2、3、9 和 10 处, 产生了 6 个波形。应变信号通过钢杆上的应变片获得, 应变片的详细位置如图 6 所示。通过分析应变信号即可获得试样在不同静水压力和等效剪应力下的波速。



(a) Photo of the true triaxial experimental equipment

(b) Schematic diagram of the true triaxial experimental equipment

图 4 真三轴实验设备的实物和示意图

Fig. 4 Photo and schematic diagram of the true triaxial experimental equipment

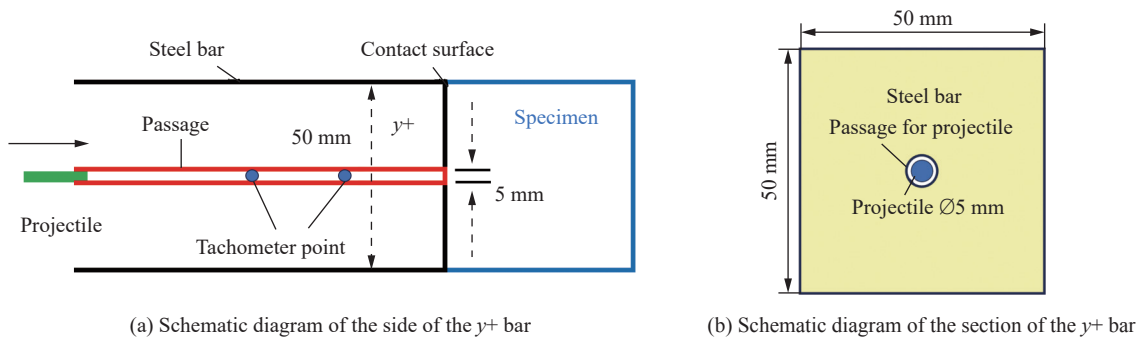


图 5 y^+ 杆侧面和截面的示意图

Fig. 5 Schematic diagrams of the side and section of the y^+ bar

为系统研究非均匀材料在不同应力状态下的波速, 选取了 3 种材料, 即花岗岩、砂浆模型材料(MMM)和含有粗骨料的水泥砂浆材料(MMMA), 如图 4(b) 所示。本文中采用的花岗岩与 Zhou 等^[6]采用的研究材料一致, 为我国山东省产出的细粒花岗岩, 由石英(质量分数约为 35.5%)、长石(质量分数约为 61%)和少量云母组成。MMM 和 MMMA 与 Chen 等^[8]和 Xu 等^[39]采用的研究材料相同, 其中 MMM 相对均匀, MMMA 由于粗骨料的存在, 非常不均匀。已有的测试结果^[6, 8, 39]表明, 这 3 种材料没有明显的各向异性。因此, 这 3 种材料被视为宏观各向同性材料。3 种材料的参数如表 1 所示, 若不考虑压剪耦合效应, 三者的纵波波速(记为 c_{p0})分别为 5 427.8、2 866.7 和 4 834.9 m/s。

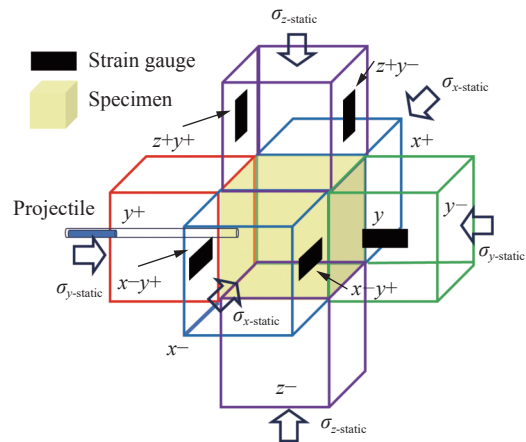


图 6 真三轴测试系统中应变片的位置

Fig. 6 Positions of strain gauges in the true triaxial testing system

表 1 3 个试样的参数

Table 1 Parameters for three specimens

试样材料	x 方向长度/mm	y 方向长度/mm	z 方向长度/mm	质量/g	密度/($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	杨氏模量/GPa	泊松比
花岗岩	50.10±0.34	50.14±0.34	50.18±0.34	321	2.64	70.0	0.20
MMM	49.70±0.48	50.02±0.34	49.64±0.37	263	2.12	16.5	0.15
MMMA	50.12±0.34	50.20±0.34	50.20±0.34	292	2.31	45.0	0.25

4.2 实验原理

实验中, 通过独立设置真三轴实验装置对试样施加的静载, 可以得到试样不同的静水压力和等效剪应力状态, 在真三轴应力状态下, 静水压力 p 和等效剪应力 $\sqrt{J_2}$ 可以表示为:

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_{x\text{-static}} + \sigma_{y\text{-static}} + \sigma_{z\text{-static}}) \quad (29)$$

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_{x\text{-static}} - \sigma_{y\text{-static}})^2 + (\sigma_{y\text{-static}} - \sigma_{z\text{-static}})^2 + (\sigma_{x\text{-static}} - \sigma_{z\text{-static}})^2]} \quad (30)$$

由于应变的产生, 试样的尺寸发生了变化。若试样在 x 、 y 和 z 方向的初始尺寸分别为 l_x^0 、 l_y^0 和 l_z^0 , 则施加静载荷后试样的尺寸 l_x 、 l_y 和 l_z 为:

$$l_x = l_x^0 \left(1 - \frac{\sigma_{x\text{-static}}}{E} \right) \quad (31)$$

$$l_y = l_y^0 \left(1 - \frac{\sigma_{y\text{-static}}}{E} \right) \quad (32)$$

$$l_z = l_z^0 \left(1 - \frac{\sigma_{z\text{-static}}}{E} \right) \quad (33)$$

式中: E 为试样的杨氏模量。同理, 应变片到试样的距离也需要校正。若在 $x+x-$ 、 $y+y-$ 和 $z+z-$ 处从钢杆末端到应变片的初始距离为 s_x^0 、 s_y^0 和 s_z^0 , 在施加三轴静载后, 距离 s_x 、 s_y 和 s_z 则表示为:

$$s_x = s_x^0 \left(1 - \frac{\sigma_{x\text{-static}}}{E_0} \right) \quad (34)$$

$$s_y = s_y^0 \left(1 - \frac{\sigma_{y\text{-static}}}{E_0} \right) \quad (35)$$

$$s_z = s_z^0 \left(1 - \frac{\sigma_{z\text{-static}}}{E_0} \right) \quad (36)$$

式中: E_0 为钢杆的杨氏模量。根据接收到的应变信号, 可以获得从子弹撞击试样到波传播到应变片的时间 t_a 。由此可知, 试样纵波速度 c_{p0} 表示为:

$$c_{p0} = \frac{l_x^0}{t_a - s_x^0/c_b} = \frac{l_z^0}{t_a - s_z^0/c_b} \quad (37)$$

式中: c_b 为钢杆的波速, 取为 5 172 m/s; s_x^0/c_b 和 s_z^0/c_b 为纵波在 x 杆和 z 杆上的传播时间。由于射弹撞击试样被视为点撞击, 因此, 产生的纵波为球面波, 也就是说, 如果 $l_x^0 = l_z^0$ 、 $s_x^0 = s_z^0$, 那么 x 杆和 z 杆处的应变片将同时接收纵波信号。图 7 记录了静水压力为 13.3 MPa、等效剪应力 6.1 MPa 时水泥砂浆材料受子弹冲

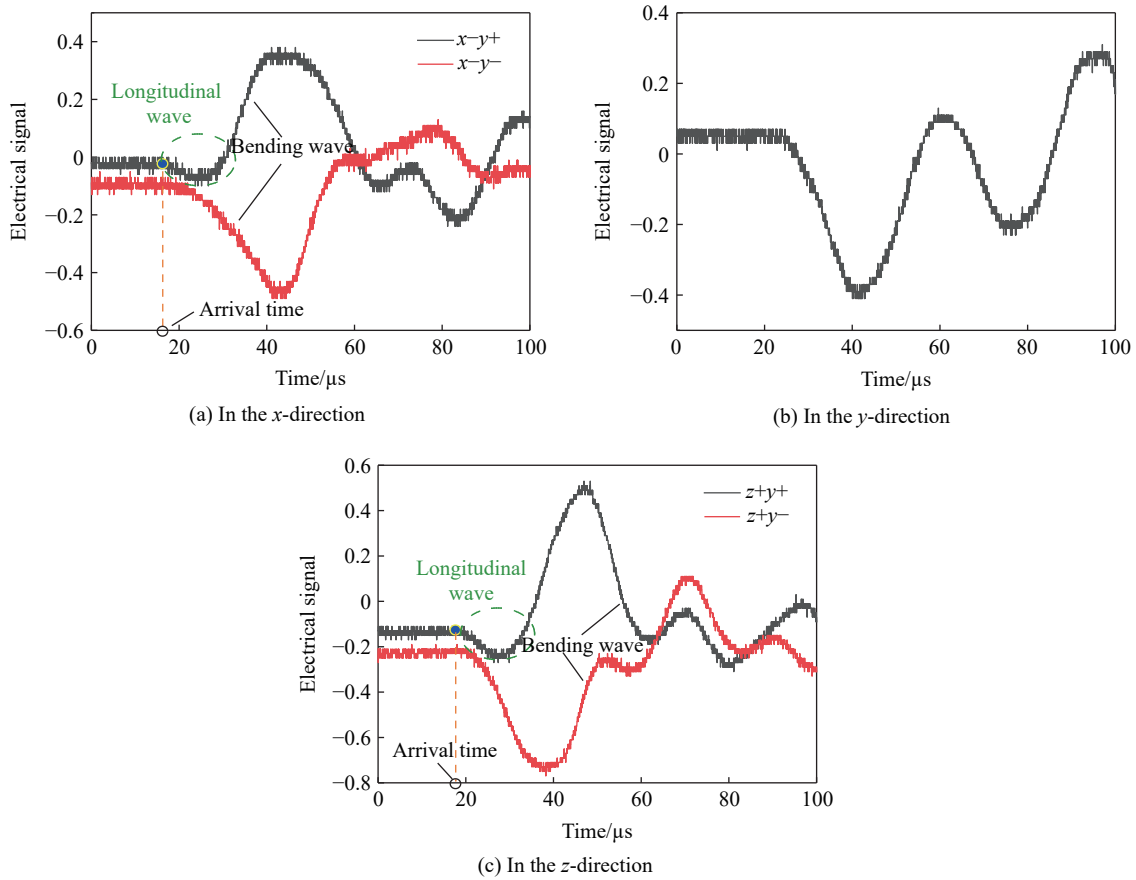


图 7 在 x 、 y 和 z 轴上的围压分别为 20、12 和 8 MPa 时, 子弹撞击水泥砂浆材料记录的波形
 Fig. 7 Waveforms recorded by the projectile impacting the cement mortar material at confining pressures of 20, 12, and 8 MPa on the x -axis, y -axis, and z -axis, respectively

击时每个应变片记录的波形。如图 7 所示, 在杆两侧的应变片接收到振幅相反的对称信号, 在 $x-y+$ 和 $z+y+$ 处产生拉伸应变, 而在 $x-y-$ 和 $z+y-$ 处产生压缩应变。这是由于端面摩擦引起杆的弯曲, 即产生弯曲波^[40]。然而, 在 $x-y+$ 、 $z+y+$ 的 4 个位置产生压缩信号。由于纵波的传播速度快于弯曲波, 因此, 可以在 $z+y+$ 和 $x-y+$ 处清楚地观察到纵波信号。根据纵波的收集时间即可由式 (37) 计算纵波波速。

4.3 实验结果

图 8~10 展示了 3 种材料在表 2 中的静水压力和等效剪切应力下的相对纵波速度 (c_1/c_{p0}), 同时将实验结果与 3.2 节中相同材料参数下的理论结果进行对比, 3 种材料的非均匀参数值分别为: 花岗岩, $K_1=50$ 、 $K_2=-300$ 、 $G_1=100$ 和 $G_2=-300$; MMM, $K_1=80$ 、 $K_2=-10$ 、 $G_1=60$ 、 $G_2=-10$; MMMA, $K_1=100$ 、 $K_2=-300$ 、 $G_1=50$ 、 $G_2=-300$ 。结果表明, 对于 3 种材料, 相对纵波速度总体随 p 的增大而降低, 但是在局部出现随 p 增大而升高的现象, 体现了耦合效应与体积压实效应 2 种机制的竞争。同时相对纵波速度均随 $\sqrt{J_2}$ 增加而降低。MMMA 的纵波波速随应力的变化幅度最大, 花岗岩样品波速的变化幅度次之, MMM 波速的变化幅度最小。对于相对均匀的 MMM 试样, 体积压实效应的占比较高, 因此, 可以观察到相对纵波速度总体随 p 呈先升后降的趋势, 体积压实效应对应的耦合参数 K_1 和 G_1 较大。对于更不均匀的花岗岩和 MMMA 试样, 耦合效应对纵波波速影响更大, 耦合参数 K_2 和 G_2 更大。因此, 体积压实效应普遍存在, 而非均匀程度越高, 材料伸缩的同时完成切向的畸变, 导致压缩波速度显著降低, 剪切对纵波波速的影响更加占据主导。耦合效应与体积压实效应的竞争机制可通过压剪耦合参数的不同组合来实现。测试得到的纵波波速小于耦合压缩波速的理论计算值, 但整体趋势基本一致。其原因在于, 真实材料中的缺陷尚无法在理论模型中充分考虑。

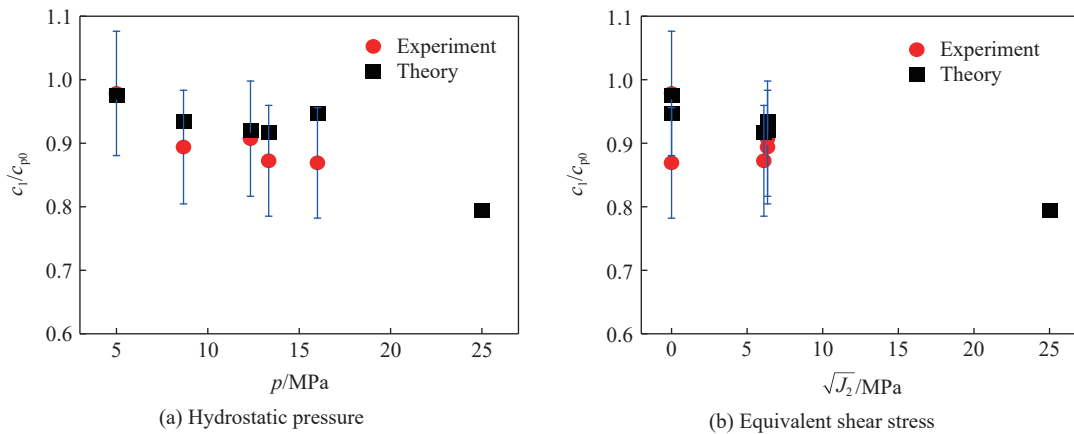


图 8 花岗岩试样在不同静水压力和等效剪应力下的纵波波速

Fig. 8 Longitudinal wave velocities in granite under different hydrostatic pressures and equivalent shear stresses

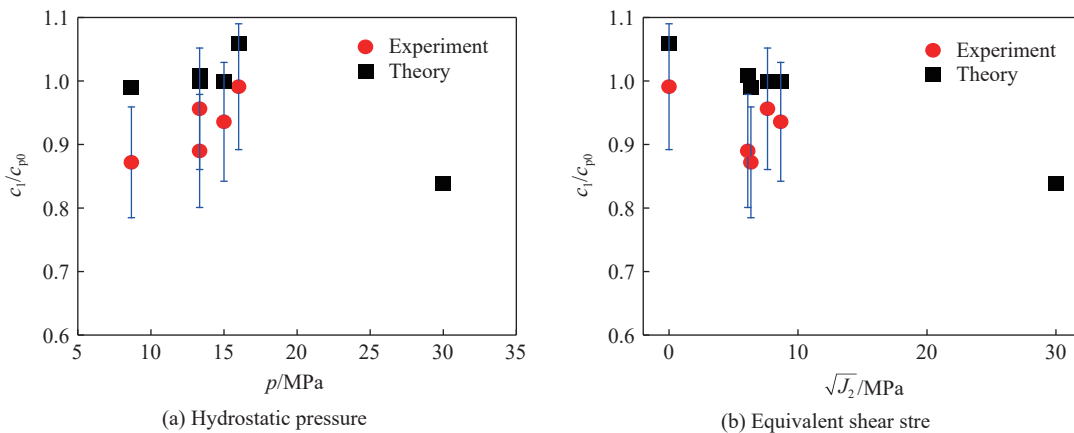


图 9 MMM 试样在不同静水压力和等效剪应力下的纵波波速

Fig. 9 Longitudinal wave velocities in MMM under different hydrostatic pressures and equivalent shear stresses

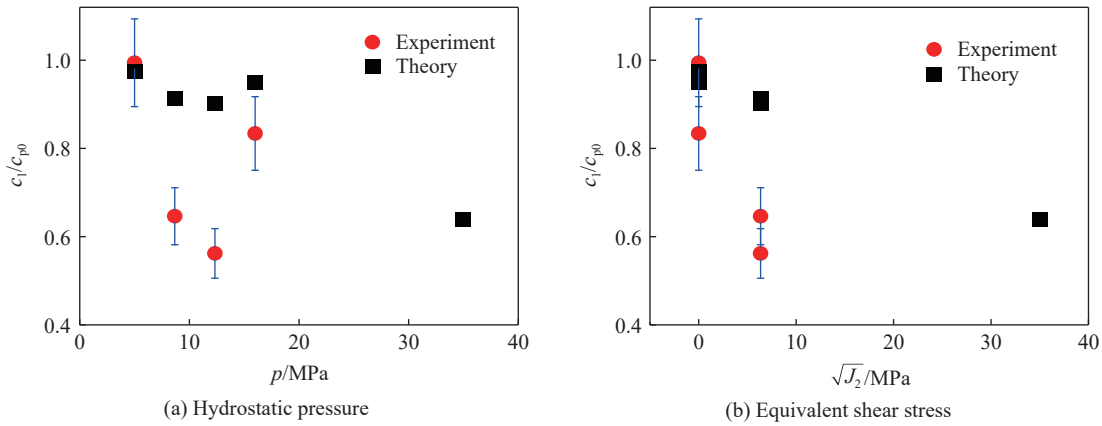


图 10 MMMA 试样在不同静水压力和等效剪应力下的纵波波速

Fig. 10 Longitudinal wave velocities in MMMA under different hydrostatic pressures and equivalent shear stresses

表 2 试样的围压条件

Table 2 Confining pressure conditions of the specimen

序号	试样材料	压应力/MPa			静水压力/MPa	等效剪应力/MPa
		x方向	y方向	z方向		
1	花岗岩	16	16	16	16.00	0
2		5	16	5	8.67	6.35
3		15	5	20	13.33	7.64
4		20	5	20	15.00	8.66
5		20	12	8	13.33	6.11
6	MMM	5	5	5	5.00	0
7		16	5	16	12.33	6.35
8		5	16	5	8.67	6.35
9		16	16	16	16.00	0
10	MMMA	5	5	5	5.00	0
11		16	16	16	16.00	0
12		16	5	16	12.33	6.35
13		5	16	5	8.67	6.35
14		20	12	8	13.33	6.11

5 结 论

针对细观非均匀介质的压剪耦合特性,建立了压剪耦合本构关系;提出了描述介质细观非均匀性的耦合系数,推导了广义波动方程,耦合系数的正负、取值和组合与应力/应变张量共同影响耦合波动传播过程;作为算例,给出了一阶近似的压剪耦合参数确定的本构关系以及相应的3个压剪耦合特征波速的表达式;利用有限差分法得到耦合压缩波和剪切波的传播过程。得到以下主要结论。

(1) 介质细观非均匀性引起的压剪耦合效应可由耦合参数表征,引入压剪耦合参数建立的广义波动方程可以描述细观非均匀介质中的应力波传播。

(2) 耦合压缩波速是剪切对压缩的耦合效应与体积压实效应2种机制竞争的结果,耦合剪切波速是压缩对剪切的耦合效应与介质的持续畸变带来的剪切弱化效应2种机制的竞争结果,这些机制可通过压剪耦合参数的不同组合来实现。

(3) 应用真三轴动态实验系统测试了3种非均匀材料在不同压剪条件下的纵波波速,测试得到的纵波波速与耦合压缩波速的理论计算值存在差异,但整体趋势基本一致。其原因在于:真实材料中的缺陷尚无法在理论模型中充分考虑,需要通过进一步的研究工作来解决。

本工作可为复杂环境下的波动传播研究提供新的方法。

参考文献:

- [1] LAN H X, MARTIN C D, HU B. Effect of heterogeneity of brittle rock on micromechanical extensile behavior during compression loading [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2010, 115(B1): B01202. DOI: 10.1029/2009JB006496.
- [2] 袁良柱, 陆建华, 苗春贺, 等. 基于分数阶模型的牡蛎壳动力学特性研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2023, 43(1): 011101. DOI: 10.11883/bzycj-2022-0318.
YUAN L Z, LU J H, MIAO C H, et al. Dynamic properties of oyster shells based on a fractional-order model [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2023, 43(1): 011101. DOI: 10.11883/bzycj-2022-0318.
- [3] SHIROLE D, HEDAYAT A, WALTON G. Illumination of damage in intact rocks by ultrasonic transmission-reflection and digital image correlation [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2020, 125(7): e2020JB019526. DOI: 10.1029/2020JB019526.
- [4] SHIROLE D, WALTON G, HEDAYAT A. Experimental investigation of multi-scale strain-field heterogeneity in rocks [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, 127: 104212. DOI: 10.1016/j.ijrmmms.2020.104212.
- [5] 徐松林, 周李姜, 黄俊宇, 等. 岩石类脆性材料动态压剪耦合特性研究 [J]. *振动与冲击*, 2016, 35(10): 9–17, 23. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.10.002.
XU S L, ZHOU L J, HUANG J Y, et al. Investigation of dynamic coupled behavior of rock materials under combined compression and shear loading [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(10): 9–17, 23. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.10.002.
- [6] ZHOU L J, XU S L, SHAN J F, et al. Heterogeneity in deformation of granite under dynamic combined compression/shear loading [J]. *Mechanics of Materials*, 2018, 123: 1–18. DOI: 10.1016/j.mechmat.2018.04.013.
- [7] MIAO C H, XU S L, SONG Y P, et al. Influence of stress state on dynamic breakage of quartz glass spheres subjected to lower velocity impacting [J]. *Powder Technology*, 2022, 397: 11708. DOI: 10.1016/j.powtec.2021.117081.
- [8] CHEN M, XU S L, YUAN L Z, et al. Influence of stress state on dynamic behaviors of concrete under true triaxial confinements [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 253: 108399. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108399.
- [9] 谢雨珊, 陆建华, 徐松林, 等. Mo-ZrC 梯度金属陶瓷的冲击响应行为 [J]. *爆炸与冲击*, 2023, 43(3): 033101. DOI: 10.11883/bzycj-2022-0374.
XIE Y S, LU J H, XU S L, et al. On impact properties of Mo-ZrC gradient metal ceramics [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2023, 43(3): 033101. DOI: 10.11883/bzycj-2022-0374.
- [10] HUANG J Y, LU L, FAN D, et al. Heterogeneity in deformation of granular ceramics under dynamic loading [J]. *Scripta Materialia*, 2016, 111: 114–118. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2015.08.028.
- [11] HUANG J Y, XU S L, HU S S. Numerical investigations of the dynamic shear behavior of rough rock joints [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2014, 47(5): 1727–1743. DOI: 10.1007/s00603-013-0502-8.
- [12] MIAO C H, XU S L, YUAN L Z, et al. Experimental investigation of failure diffusion in brittle materials subjected to low-speed impact [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 259: 108632. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108632.
- [13] SHAN J F, XU S L, LIU Y G, et al. Dynamic breakage of glass sphere subjected to impact loading [J]. *Powder Technology*, 2018, 330: 317–329. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.02.009.
- [14] TANG Z P, XU S L, DAI X Y, et al. S-wave tracing technique to investigate the damage and failure behavior of brittle materials subjected to shock loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(9): 1172–1191. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.07.005.
- [15] TING T C T, NAN N. Plane waves due to combined compressive and shear stresses in a half space [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1969, 36(2): 189–197. DOI: 10.1115/1.3564606.
- [16] LI Y C, TING T C T. Plane waves in simple elastic solids and discontinuous dependence of solution on boundary conditions [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1983, 19(11): 989–1008. DOI: 10.1016/0020-7683(83)90024-0.
- [17] SONG Q Z, TANG Z P. Combined stress waves with phase transition in thin-walled tubes [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(3): 285–296. DOI: 10.1007/s10483-014-1791-7.
- [18] WANG B, ZHANG K, CUI S T, et al. Mechanism of shear attenuation near the interface under combined compression and shear impact loading [J]. *Wave Motion*, 2017, 73: 96–103. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2017.06.003.
- [19] RENAUD A, HEUZÉ T, STAINIER L. On loading paths followed inside plastic simple waves in two-dimensional elastic-

- plastic solids [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2020, 143: 104064. DOI: 10.1016/j.jmps.2020.104064.
- [20] PLONA T J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies [J]. *Applied Physics Letters*, 1980, 36(4): 259–261. DOI: 10.1063/1.91445.
- [21] LIU Q R, KATSUBE N. The discovery of a second kind of rotational wave in a fluid-filled porous material [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1990, 88(2): 1045–1053. DOI: 10.1121/1.399853.
- [22] BEN-DAVID O, FINEBERG J. Static friction coefficient is not a material constant [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(25): 254301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.254301.
- [23] PASSELÈGUE F X, SCHUBNEL A, NIELSEN S, et al. From sub-Rayleigh to supershear ruptures during stick-slip experiments on crustal rocks [J]. *Science*, 2013, 340(6137): 1208–1211. DOI: 10.1126/science.1235637.
- [24] RUBINSTEIN S M, COHEN G, FINEBERG J. Detachment fronts and the onset of dynamic friction [J]. *Nature*, 2004, 430(7003): 1005–1009. DOI: 10.1038/nature02830.
- [25] RUBINSTEIN S M, COHEN G, FINEBERG J. Dynamics of precursors to frictional sliding [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(22): 226103. DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.226103.
- [26] XIA K W, ROSAKIS A J, KANAMORI H. Laboratory earthquakes: the sub-Rayleigh-to-supershear rupture transition [J]. *Science*, 2004, 303(5665): 1859–1861. DOI: 10.1126/science.1094022.
- [27] XIA K W, ROSAKIS A J, KANAMORI H, et al. Laboratory earthquakes along inhomogeneous faults: directionality and supershear [J]. *Science*, 2005, 308(5722): 681–684. DOI: 10.1126/science.110819.
- [28] ZOU Y T, ZHANG W, CHEN T, et al. Thermally induced anomaly in the shear behavior of magnetite at high pressure [J]. *Physical Review Applied*, 2018, 10(2): 024009. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.10.024009.
- [29] WANG D J, LIU T, CHEN T, et al. Anomalous sound velocities of antigorite at high pressure and implications for detecting serpentinization at mantle wedges [J]. *Geophysical Research Letters*, 2019, 46(10): 5153–5160. DOI: 10.1029/2019GL082287.
- [30] LI B S, WOODY K, KUNG J. Elasticity of MgO to 11 GPa with an independent absolute pressure scale: implications for pressure calibration [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2006, 111(B11): B11206. DOI: 10.1029/2005jb004251.
- [31] ZOU Y T, LI M, DENG L W, et al. Acoustic velocities, elasticity, and pressure-induced elastic softening in compressed neodymium [J]. *Mechanics of Materials*, 2021, 155: 103776. DOI: 10.1016/j.mechmat.2021.103776.
- [32] CAI N, CHEN T, QI X T, et al. Sound velocities of the 23 Å phase at high pressure and implications for seismic velocities in subducted slabs [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2019, 288: 1–8. DOI: 10.1016/j.pepi.2019.01.006.
- [33] CAI N, QI X T, CHEN T, et al. Enhanced visibility of subduction slabs by the formation of dense hydrous phase A [J]. *Geophysical Research Letters*, 2021, 48(19): e2021GL095487. DOI: 10.1029/2021GL095487.
- [34] LU J H, XU S L, MIAO C H, et al. The theory of compression-shear coupled composite wave propagation in rock [J]. *Deep Underground Science and Engineering*, 2022, 1(1): 77–86. DOI: 10.1002/dug2.12012.
- [35] LU J H, XU S L, LI Y, et al. Investigations on the compression-shear coupled stress waves propagating in heterogeneous rock [J]. *Mechanics of Materials*, 2023, 186: 104786. DOI: 10.1016/j.mechmat.2023.104786.
- [36] 徐松林, 王鹏飞, 赵坚, 等. 基于三维 Hopkinson 杆的混凝土动态力学性能研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, 37(2): 180–185. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0180-06.
- XU S L, WANG P F, ZHAO J, et al. Dynamic behavior of concrete under static triaxial loading using 3D-Hopkinson bar [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2017, 37(2): 180–185. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0180-06.
- [37] 徐松林, 王鹏飞, 单俊芳, 等. 真三轴静载作用下混凝土的动态力学性能研究 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(15): 59–67. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2018.15.008.
- XU S L, WANG P F, SHAN J F, et al. Dynamic behavior of concrete under static tri-axial loadings [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(15): 59–67. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2018.15.008.
- [38] 徐松林, 单俊芳, 王鹏飞, 等. 三轴应力状态下混凝土的侵彻性能研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2019, 39(7): 071101. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0034.
- XU S L, SHAN J F, WANG P F, et al. Penetration performance of concrete under triaxial stress [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2019, 39(7): 071101. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0034.
- [39] XU S L, SHAN J F, ZHANG L, et al. Dynamic compression behaviors of concrete under true triaxial confinement: an experimental technique [J]. *Mechanics of Materials*, 2020, 140: 103220. DOI: 10.1016/j.mechmat.2019.103220.
- [40] ZHANG L, SHAN J F, MIAO C H, et al. The cratering performance of concrete target under true triaxial confinements [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 210: 106714. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2021.106714.

(责任编辑 蔡国艳)